

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

1. (Enem 2025) Dez casais fundaram um grupo de dança e decidiram constituir uma diretoria com três cargos: presidente, secretário e tesoureiro. Para maior representatividade, decidiu-se que no máximo uma pessoa por casal poderá ocupar um cargo nessa diretoria.

Quantas diretorias diferentes podem ser constituídas por esses 10 casais?

- a) $10 \times 9 \times 8$
- b) $20 \times 18 \times 16$
- c) $20 \times 19 \times 18$
- d) $10 \times 9 \times 8 \times 2$
- e) $20 \times 18 \times 16 \times 2$

2. (Enem 2025) Um pai comprou oito presentes diferentes (dentre os quais, uma bicicleta e um celular) para dar a seus três filhos. Ele pretende distribuir os presentes de modo que o filho mais velho e o mais novo recebam três presentes cada um, e o do meio receba os dois presentes restantes. O mais velho ganhará, entre seus presentes, ou uma bicicleta ou um celular, mas não ambos.

De quantas maneiras distintas a distribuição dos presentes pode ser feita?

- a) 36.
- b) 53.
- c) 300.
- d) 360.
- e) 560.

3. (Enem Reaplicação COP 30 (PA)) Para as olimpíadas internas de um colégio, foram formadas 16 equipes, cada uma identificada por um escudo. Cada escudo será dividido em 4 regiões distintas, conforme a Figura 1.

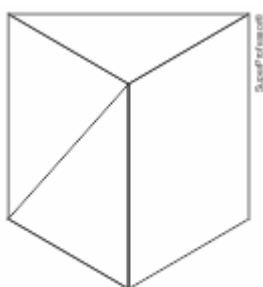


Figura 1

Foram escolhidas três cores para colorir as regiões de todos os escudos. Em cada região, será utilizada uma única cor, e o escudo de cada equipe será colorido com até três dessas cores. Regiões com lado em comum não podem ter a mesma cor. Não pode haver duas equipes com uma mesma configuração de cores no escudo. A Figura 2 apresenta dois escudos possíveis.

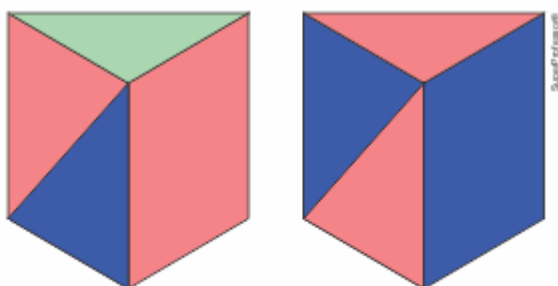


Figura 2

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

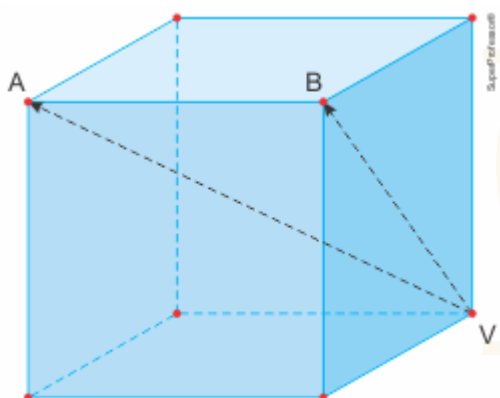
Cinco responsáveis pelas olimpíadas analisaram a viabilidade de se confeccionarem os escudos, e cada um formulou um argumento:

- I. é viável, pois há 18 escudos possíveis;
- II. é viável, pois há 72 escudos possíveis;
- III. é viável, pois há 81 escudos possíveis;
- IV. não é viável, pois há apenas 6 escudos possíveis;
- V. não é viável, pois há apenas 12 escudos possíveis.

O argumento correto foi o

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

4. (Enem PPL 2025) Em um jogo de computador, uma nave só pode se localizar em um dos vértices de um cubo com posição fixada na tela. A partir de um vértice, a nave só pode se deslocar para outro vértice que não lhe seja adjacente. A figura exemplifica algumas possibilidades de deslocamento da nave quando ela está posicionada no vértice V.



O número total de deslocamentos distintos que podem ser observados nesse jogo é

- a) 16.
- b) 24.
- c) 26.
- d) 32.
- e) 56.

5. (Enem PPL 2025) Na bolsa de Paula, há uma cédula de R\$ 2,00, duas de R\$ 5,00, duas de R\$ 10,00, uma de R\$ 20,00, duas de R\$ 50,00 e quatro moedas: uma de R\$ 0,10, uma de R\$ 0,25, uma de R\$ 0,50 e uma de R\$ 1,00. Paula deseja pagar uma despesa de R\$ 10,75 e, para isso, retira de sua bolsa, sem olhar, uma cédula juntamente com duas moedas.

Qual é a probabilidade de Paula retirar exatamente o valor de sua despesa?

- a) $\frac{1}{48}$.
- b) $\frac{1}{24}$.
- c) $\frac{1}{16}$.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

d) $\frac{5}{12}$.

e) $\frac{1}{4}$.

6. (Enem PPL 2025) Em um país, todos os produtos comercializados estão associados a uma única sequência numérica de 13 dígitos, e cada sequência numérica pode ser representada por um código de barras. Essas sequências são formadas de acordo com as seguintes regras:

- os três primeiros dígitos são associados ao país que comercializa o produto. Esses dígitos são 7, 8 e 9 (nessa ordem);

- dígitos nas posições quatro a nove identificam a empresa que comercializa o produto. Eles assumem os valores 4, 5, 6 ou 7;

- dígitos nas posições dez a doze identificam o produto. Eles podem ser qualquer algarismo de 0 a 9.

O último dígito, chamado de dígito verificador, é consequência dos doze primeiros, sendo obtido por meio de operações, previamente definidas, realizadas com os doze primeiros.

Quantos diferentes códigos de barras podem estar associados a produtos comercializados nesse país?

a) $4^6 \times 9^3$.

b) $4^6 \times 10^3$.

c) $10^6 \times 10^3$.

d) $3! \times 4^6 \times 10^3$.

e) $(6 \times 4) \times (10 \times 3)$.

7. (Enem 2024) Um hospital tem 7 médicos cardiologistas e 6 médicos neurologistas em seu quadro de funcionários. Para executar determinada atividade, a direção desse hospital formará uma equipe com 5 médicos, sendo, pelo menos, 3 cardiologistas.

A expressão numérica que representa o número máximo de maneiras distintas de formar essa equipe é

a) $\frac{7!}{4!} \times \frac{6!}{4!}$

b) $\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$

c) $\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} + \frac{5!}{1! \times 4!}$

d) $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!}\right) \times \left(\frac{7!}{4! \times 3!} + \frac{6!}{1! \times 5!}\right) \times \left(\frac{7!}{5! \times 2!} + \frac{6!}{0! \times 6!}\right)$

e) $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}\right) + \left(\frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!}\right) + \left(\frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!}\right)$

8. (Enem 2024) Para abrir a porta de uma empresa, cada funcionário deve cadastrar uma senha utilizando um teclado alfanumérico como o representado na figura.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO



Por exemplo: a tecla que contém o número 2 traz as letras correlacionadas A, B e C. Cada toque nessa tecla mostra, sequencialmente, os seguintes caracteres: 2, A, B e C. Para os próximos toques, essa sequência se repete. As demais teclas funcionam da mesma maneira.

As senhas a serem cadastradas pelos funcionários devem conter 5 caracteres, sendo 2 algarismos distintos seguidos de 3 letras diferentes, nessa ordem. Um funcionário irá cadastrar a sua primeira senha, podendo escolher entre as teclas que apresentam os números 1, 2, 5, 7 e 0 e as respectivas letras correlacionadas, quando houver.

O número de possibilidades diferentes que esse funcionário tem para cadastrar sua senha é

- a) 11.520.
- b) 14.400.
- c) 18.000.
- d) 312.000.
- e) 390.000.

9. (Enem PPL 2023) Um funcionário de uma loja de computadores misturou, por descuido, três computadores defeituosos com sete computadores perfeitos que estavam no estoque. Uma pequena empresa fez a compra de cinco computadores nessa loja, escolhendo-os aleatoriamente dentre os dez que estavam no estoque.

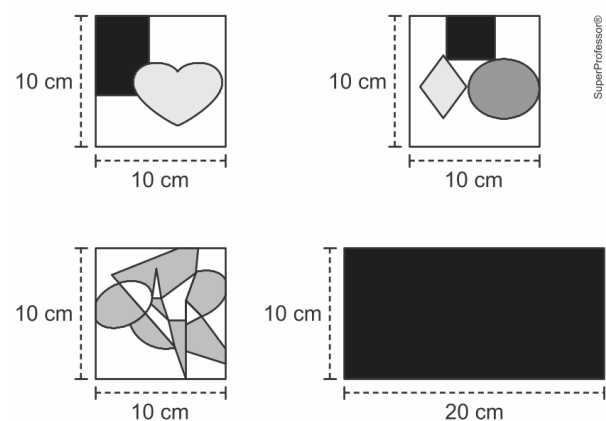
Qual é a probabilidade de essa empresa ter levado, em sua compra, todos os três computadores defeituosos?

- a) $\frac{1}{72}$
- b) $\frac{1}{12}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{3}{10}$
- e) $\frac{3}{7}$

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

10. (Enem PPL 2023) Uma costureira tem à sua disposição pelo menos duas unidades de cada um dos quatro tipos de retalhos retangulares com as estampas e os tamanhos apresentados.



Para confeccionar um tapete em formato retangular de $10\text{ cm} \times 50\text{ cm}$, ela utilizará os retalhos, na posição indicada na figura, costurando um lado de um a um lado do outro, sem que haja rotações desses retalhos. O modelo de tapete que pretende confeccionar deverá conter um único retalho de $10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ e mais três retalhos de formato $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$, sendo que retalhos de mesma estampa não poderão ficar lado a lado.

Quantos modelos diferentes de tapetes poderão ser confeccionados?

- a) 12
- b) 24
- c) 34
- d) 48
- e) 60

11. (Enem 2022) Um prédio, com 9 andares e 8 apartamentos de 2 quartos por andar, está com todos os seus apartamentos à venda. Os apartamentos são identificados por números formados por dois algarismos, sendo que a dezena indica o andar onde se encontra o apartamento, e a unidade, um algarismo de 1 a 8, que diferencia os apartamentos de um mesmo andar. Quanto à incidência de sol nos quartos desses apartamentos, constatam-se as seguintes características, em função de seus números de identificação:

- naqueles que finalizam em 1 ou 2, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 3, 4, 5 ou 6, apenas um dos quartos recebe sol na parte da manhã;
- naqueles que finalizam em 7 ou 8, ambos os quartos recebem sol apenas na parte da tarde.

Uma pessoa pretende comprar 2 desses apartamentos em um mesmo andar, mas quer que, em ambos, pelo menos um dos quartos receba sol na parte da manhã.

De quantas maneiras diferentes essa pessoa poderá escolher 2 desses apartamentos para compra nas condições desejadas?

- a) $9 \times \frac{6!}{(6-2)!}$
- b) $9 \times \frac{6!}{(6-2)! \times 2!}$
- c) $9 \times \frac{4!}{(4-2)! \times 2!}$

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

d) $9 \times \frac{2!}{(2-2)! \times 2!}$
 e) $9 \times \left(\frac{8!}{(8-2)! \times 2!} - 1 \right)$

12. (Enem 2022) Uma montadora de automóveis divulgou que oferta a seus clientes mais de 1.000 configurações diferentes de carro, variando o modelo, a motorização, os opcionais e a cor do veículo. Atualmente, ela oferece 7 modelos de carros com 2 tipos de motores: 1.0 e 1.6. Já em relação aos opcionais, existem 3 escolhas possíveis: central multimídia, rodas de liga leve e bancos de couro, podendo o cliente optar por incluir um, dois, três ou nenhum dos opcionais disponíveis.

Para ser fiel à divulgação feita, a quantidade mínima de cores que a montadora deverá disponibilizar a seus clientes é

- a) 8.
- b) 9.
- c) 11.
- d) 18.
- e) 24.

13. (Enem 2021) Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

- a) $\frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{15!}{10!5!}$
- b) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$
- c) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$
- d) $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$
- e) $\frac{21!}{7!14!}$

14. (Enem PPL 2021) Um diretor esportivo organiza um campeonato no qual haverá disputa de times em turno e retorno, isto é, cada time jogará duas vezes com todos os outros, totalizando 380 partidas a serem disputadas.

A quantidade de times (x) que faz parte desse campeonato pode ser calculada pela equação

- a) $x = 380 - x^2$
- b) $x^2 - x = 380$
- c) $x^2 = 380$
- d) $2x - x = 380$
- e) $2x = 380$

15. (Enem PPL 2020) A prefeitura de uma cidade está renovando os canteiros de flores de suas praças. Entre as possíveis variedades que poderiam ser plantadas, foram escolhidas cinco: amor-perfeito, cravina, petúnia, margarida e lírio. Em cada um dos canteiros, todos com composições diferentes, serão utilizadas somente três variedades distintas, não importando como elas serão dispostas.

Um funcionário deve determinar os trios de variedades de flores que irão compor cada canteiro.

De acordo com o disposto, a quantidade de trios possíveis é dada por

- a) 5
- b) $5 \cdot 3$
- c) $\frac{5!}{(5-3)!}$
- d) $\frac{5!}{(5-3)!2!}$
- e) $\frac{5!}{(5-3)!3!}$

16. (Enem PPL 2020) Um determinado campeonato de futebol, composto por 20 times, é disputado no sistema de pontos corridos. Nesse sistema, cada time joga contra todos os demais times em dois turnos, isto é, cada time joga duas partidas com cada um dos outros times, sendo que cada jogo pode terminar empatado ou haver um vencedor.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Sabendo-se que, nesse campeonato, ocorreram 126 empates, o número de jogos em que houve ganhador é igual a

- a) 64.
- b) 74.
- c) 254.
- d) 274.
- e) 634.

17. (Enem digital 2020) Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

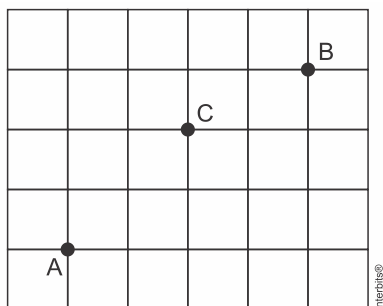
O e-mail terá a forma *****@site.com.br e será de tal modo que as três letras “edu” apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

- a) 59
- b) 60
- c) 118
- d) 119
- e) 120

18. (Enem 2020) Três amigos, André, Bernardo e Carlos, moram em um condomínio fechado de uma cidade. O quadriculado representa a localização das ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho nesse condomínio, em que nos pontos A, B e C estão localizadas as casas de André, Bernardo e Carlos, respectivamente.



André deseja deslocar-se da sua casa até a casa de Bernardo, sem passar pela casa de Carlos, seguindo ao longo das ruas do condomínio, fazendo sempre deslocamentos para a direita (→) ou para cima (↑), segundo o esquema da figura.

O número de diferentes caminhos que André poderá utilizar para realizar o deslocamento nas condições propostas é

- a) 4.
- b) 14.
- c) 17.
- d) 35.
- e) 48.

19. (Enem PPL 2020) O governador de um estado propõe a ampliação de investimentos em segurança no transporte realizado por meio de trens. Um estudo para um projeto de lei prevê que se tenha a presença de três agentes mulheres, distribuídas entre os 6 vagões de uma composição, de forma que duas dessas agentes não estejam em vagões adjacentes, garantindo assim maior segurança aos usuários.

Disponível em: www.sisgraph.com.br. Acesso em: 29 jan. 2015 (adaptado).

A expressão que representa a quantidade de maneiras distintas das três agentes serem distribuídas nos vagões é

- a) $C_4^3 + 3!$

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

- b) C_6^3
 c) $C_4^3 \times 3!$
 d) A_6^3
 e) $A_4^3 \times 3!$

20. (Enem 2020) Nos livros *Harry Potter*, um anagrama do nome do personagem “TOM MARVOLO RIDDLE” gerou a frase “I AM LORD VOLDEMORT”.

Suponha que Harry quisesse formar todos os anagramas da frase “I AM POTTER”, de tal forma que as vogais e consoantes aparecessem sempre intercaladas, e sem considerar o espaçamento entre as letras.

Nessas condições, o número de anagramas formados é dado por

- a) $9!$
 b) $4!5!$
 c) $2 \times 4!5!$
 d) $\frac{9!}{2}$
 e) $\frac{4!5!}{2}$

21. (Enem digital 2020) Um modelo de telefone celular oferece a opção de desbloquear a tela usando um padrão de toques como senha.



Os toques podem ser feitos livremente nas 4 regiões numeradas da tela, sendo que o usuário pode escolher entre 3, 4 ou 5 toques ao todo.

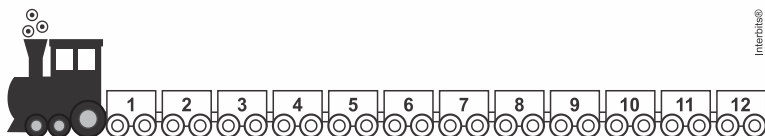
Qual expressão representa o número total de códigos existentes?

- a) $4^5 - 4^4 - 4^3$
 b) $4^5 + 4^4 + 4^3$
 c) $4^5 \times 4^4 \times 4^3$
 d) $(4!)^5$
 e) 4^5

22. (Enem 2019) Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- a) $C_{12}^4 \times C_{12}^3 \times C_{12}^3 \times C_{12}^2$
- b) $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$
- c) $C_{12}^4 \times 2 \times C_8^3 \times C_5^2$
- d) $C_{12}^4 + 2 \times C_{12}^3 + C_{12}^2$
- e) $C_{12}^4 \times C_8^3 \times C_5^3 \times C_2^2$

23. (Enem 2019) Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

- a) 69
- b) 70
- c) 90
- d) 104
- e) 105

24. (Enem PPL 2019) Uma pessoa comprou um aparelho sem fio para transmitir músicas a partir do seu computador para o rádio de seu quarto. Esse aparelho possui quatro chaves seletoras e cada uma pode estar na posição 0 ou 1. Cada escolha das posições dessas chaves corresponde a uma frequência diferente de transmissão.

A quantidade de frequências diferentes que esse aparelho pode transmitir é determinada por

- a) 6.
- b) 8.
- c) 12.
- d) 16.
- e) 24.

25. (Enem 2018) O Salão do Automóvel de São Paulo é um evento no qual vários fabricantes expõem seus modelos mais recentes de veículos, mostrando, principalmente, suas inovações em *design* e tecnologia.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 4 fev. 2015 (adaptado).

Uma montadora pretende participar desse evento com dois estandes, um na entrada e outro na região central do salão, expondo, em cada um deles, um carro compacto e uma caminhonete.

Para compor os estandes, foram disponibilizados pela montadora quatro carros compactos, de modelos distintos, e seis caminhonetes de diferentes cores para serem escolhidos aqueles que serão expostos. A posição dos carros dentro de cada estande é irrelevante.

Uma expressão que fornece a quantidade de maneiras diferentes que os estandes podem ser compostos é

- a) A_{10}^4
- b) C_{10}^4
- c) $C_4^2 \times C_6^2 \times 2 \times 2$
- d) $A_4^2 \times A_6^2 \times 2 \times 2$
- e) $C_4^2 \times C_6^2$

26. (Enem 2017) Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

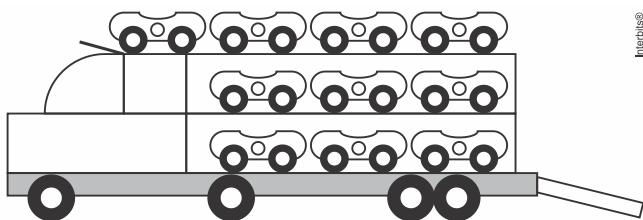
PROFESSOR YURI POLITANO

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

- a) 64
- b) 56
- c) 49
- d) 36
- e) 28

27. (Enem 2017) Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

- a) $C_{6,4}$
- b) $C_{9,3}$
- c) $C_{10,4}$
- d) 6^4
- e) 4^6

228. (Enem 2017) O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o *slogan* “Juntos num só ritmo”, com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



JUNTOS NUM SÓ RITMO

Disponível em: www.pt.fifa.com.
Acesso em: 19 nov. 2013
(adaptado).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

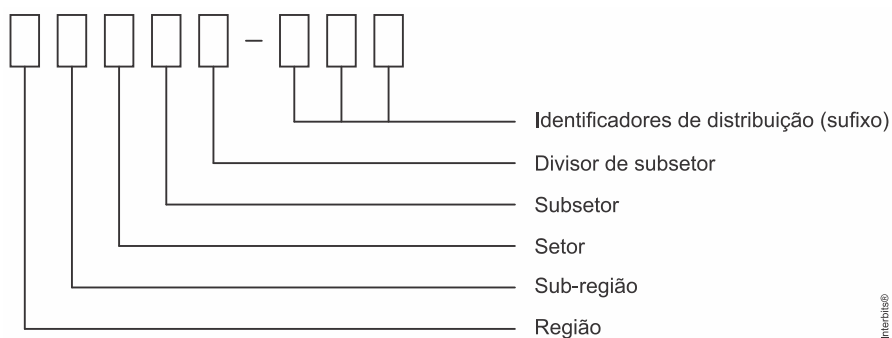
- a) 15

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

- b) 30
c) 108
d) 360
e) 972

29. (Enem (Libras) 2017) O Código de Endereçamento Postal (CEP) código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.



O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios.

A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Disponível em: www.correios.com.br Acesso em: 22 ago. 2017 (adaptado).

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

- a) $5 \cdot 0 + 9 \cdot 10^2$
b) $10^5 + 9 \cdot 10^2$
c) $2 \cdot 9 \cdot 10^7$
d) $9 \cdot 10^2$
e) $9 \cdot 10^7$

30. (Enem 2017) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adéqua às condições da empresa é

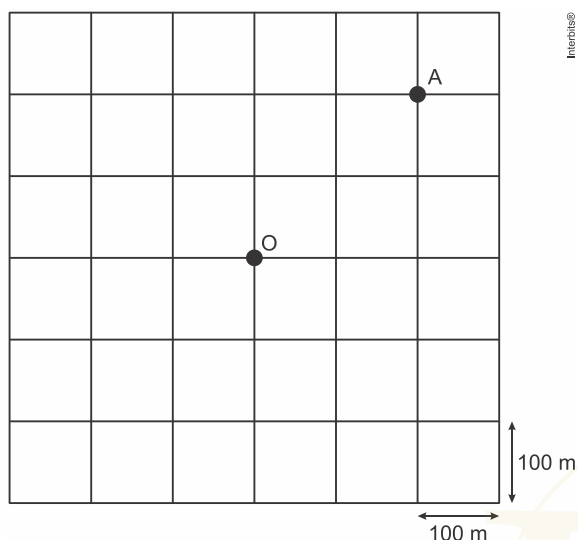
- a) I.
b) II.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

- c) III.
d) IV.
e) V.

31. (Enem (Libras) 2017) As ruas de uma cidade estão representadas por linhas horizontais e verticais na ilustração. Para um motorista trafegando nessa cidade, a menor distância entre dois pontos não pode ser calculada usando o segmento ligando esses pontos, mas sim pela contagem do menor número de quadras horizontais e verticais necessárias para sair de um ponto e chegar ao outro. Por exemplo, a menor distância entre o ponto de táxi localizado no ponto O e o cruzamento das ruas no ponto A , ambos ilustrados na figura, é de 400 metros.



Um indivíduo solicita um táxi e informa ao taxista que está a 300 metros do ponto O , segundo a regra de deslocamentos citada, em uma determinada esquina. Entretanto, o motorista ouve apenas a informação da distância do cliente, pois a bateria de seu celular descarregou antes de ouvir a informação de qual era a esquina.

Quantas são as possíveis localizações desse cliente?

- a) 4
b) 8
c) 12
d) 16
e) 20

32. (Enem PPL 2017) Desde 1999 houve uma significativa mudança nas placas dos carros particulares em todo o Brasil. As placas, que antes eram formadas apenas por seis caracteres alfanuméricos, foram acrescidas de uma letra, passando a ser formadas por sete caracteres, sendo que os três primeiros caracteres devem ser letras (dentre as 26 letras do alfabeto) e os quatro últimos devem ser algarismos (de 0 a 9). Essa mudança possibilitou a criação de um cadastro nacional unificado de todos os veículos licenciados e ainda aumentou significativamente a quantidade de combinações possíveis de placas. Não são utilizadas placas em que todos os algarismos sejam iguais a zero.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 14 jan. 2012 (adaptado).

Nessas condições, a quantidade de placas que podem ser utilizadas é igual a

- a) $26^3 + 9^4$
b) $26^3 \times 9^4$
c) $26^3(10^4 - 1)$
d) $(26^3 + 10^4) - 1$
e) $(26^3 \times 10^4) - 1$

33. (Enem 2016) O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

- a) $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$
- b) $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$
- c) $\frac{10!}{2! \times 8!} - 2$
- d) $\frac{6!}{4!} + 4 \times 4$
- e) $\frac{6!}{4!} + 6 \times 4$

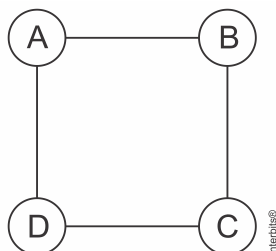
34. (Enem 2016) Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: www.infowester.com. Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

- a) $10^2 \cdot 26^2$
- b) $10^2 \cdot 52^2$
- c) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
- d) $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- e) $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

35. (Enem 2ª aplicação 2016) Para estimular o raciocínio de sua filha, um pai fez o seguinte desenho e o entregou à criança juntamente com três lápis de cores diferentes. Ele deseja que a menina pinte somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores diferentes.



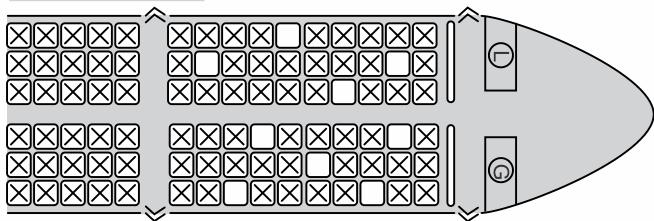
De quantas maneiras diferentes a criança pode fazer o que o pai pediu?

- a) 6
- b) 12
- c) 18
- d) 24
- e) 72

36. (Enem 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site* as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- a) $\frac{9!}{2!}$
 b) $\frac{9!}{7! \times 2!}$
 c) $7!$
 d) $\frac{5!}{2!} \times 4!$
 e) $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$

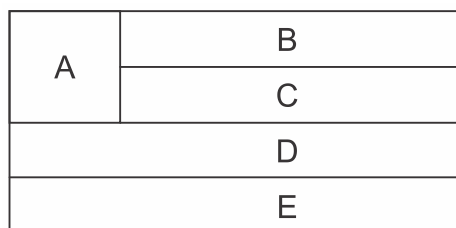
37. (Enem 2015) Numa cidade, cinco escolas de samba (I, II, III, IV e V) participaram do desfile de Carnaval. Quatro quesitos são julgados, cada um por dois jurados, que podem atribuir somente uma dentre as notas 6, 7, 8, 9 ou 10. A campeã será a escola que obtiver mais pontuação na soma de todas as notas emitidas. Em caso de empate, a campeã será a que alcançar a maior soma das notas atribuídas pelos jurados no quesito Enredo e Harmonia. A tabela mostra as notas do desfile desse ano no momento em que faltava somente a divulgação das notas do jurado B no quesito Bateria.

Quesitos	1. Fantasia e Alegoria		2. Evolução e Conjunto		3. Enredo e Harmonia		4. Bateria		Total
	A	B	A	B	A	B	A	B	
Jurado									
Escola I	6	7	8	8	9	9	8		55
Escola II	9	8	10	9	10	10	10		66
Escola III	8	8	7	8	6	7	6		50
Escola IV	9	10	10	10	9	10	10		68
Escola V	8	7	9	8	6	8	8		54

Quantas configurações distintas das notas a serem atribuídas pelo jurado B no quesito Bateria tornariam campeã a Escola II?

- a) 21
 b) 90
 c) 750
 d) 1.250
 e) 3.125

38. (Enem PPL 2015) A bandeira de um estado é formada por cinco faixas, A, B, C, D e E, dispostas conforme a figura.



Interbits®

Deseja-se pintar cada faixa com uma das cores verde, azul ou amarelo, de tal forma que faixas adjacentes não sejam pintadas com a mesma cor.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

O cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira, com a exigência acima, é

- a) $1 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2$.
- b) $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2$.
- c) $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 3$.
- d) $3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2$.
- e) $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$.

39. (Enem 2014) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

- a) $20 \times 8! + (3!)^2$
- b) $8! \times 5! \times 3!$
- c) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
- d) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
- e) $\frac{16!}{2^8}$

40. (Enem PPL 2014) Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

- a) 100.
- b) 90.
- c) 80.
- d) 25.
- e) 20.

41. (Enem 2013) Considere o seguinte jogo de apostas:

Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela.

O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R\$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R\$500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:

- Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
- Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
- Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
- Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
- Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

- a) Caio e Eduardo.
- b) Arthur e Eduardo.
- c) Bruno e Caio.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

- d) Arthur e Bruno.
e) Douglas e Eduardo.

42. (Enem 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet.

Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres.

Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

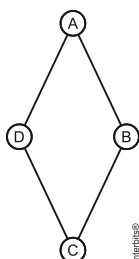
O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

- a) $\frac{62^6}{10^6}$
b) $\frac{62!}{10!}$
c) $\frac{62! \cdot 4!}{10! \cdot 56!}$
d) $62! - 10!$
e) $62^6 - 10^6$

43. (Enem 2013) Um artesão de joias tem a sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes.

Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.

A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices A, B, C e D correspondem às posições ocupadas pelas pedras.



Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?

- a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 36

44. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

45. (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

Folha de Sao Paulo. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012. (adaptado)

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?

- a) 14
- b) 18
- c) 20
- d) 21
- e) 23

46. (Enem 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.

Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75.913 é

- a) 24.
- b) 31.
- c) 32.
- d) 88.
- e) 89.

47. (Enem 2ª aplicação 2010) Considere que um professor de arqueologia tenha obtido recursos para visitar 5 museus, sendo 3 deles no Brasil e 2 fora do país. Ele decidiu restringir sua escolha aos museus nacionais e internacionais relacionados na tabela a seguir.

Museus nacionais	Museus internacionais
Masp — São Paulo	Louvre — Paris
MAM — São Paulo	Prado — Madri
Ipiranga — São Paulo	British Museum — Londres
Imperial — Petrópolis	Metropolitan — Nova York

De acordo com os recursos obtidos, de quantas maneiras diferentes esse professor pode escolher os 5 museus para visitar?

- a) 6
- b) 8
- c) 20
- d) 24
- e) 36

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

GABARITO COMENTADO

Resposta da questão 1:

[B]

Começando a preencher os cargos na ordem descrita, para a vaga de presidente, há 20 possibilidades de escolha (pois há 10 casais). Para a de secretário, há 18 possibilidades (excetuados o presidente e o seu par). Analogamente, para a de tesoureiro, há 16 possibilidades. Sendo assim, a quantidade de diretorias diferentes é de $20 \cdot 18 \cdot 16$.

Resposta da questão 2:

[C]

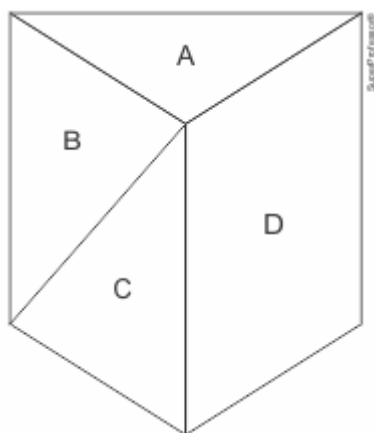
O número de maneiras de distribuir os presentes é:

$$\overset{\substack{\text{bicicleta} \\ \text{ou celular}}}{2} \cdot \underset{\substack{\text{mais velho} \\ \text{do meio}}}{C_{6,2}} \cdot \underset{\substack{\text{mais novo}}}{C_{5,2}} \cdot C_{3,3} = 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 = 300$$

Resposta da questão 3:

[A]

Dividindo as regiões como na figura abaixo, temos:



A quantidade máxima de escudos diferentes é:

$$\overset{\substack{A \text{ e } C \text{ têm} \\ \text{a mesma cor}}}{\underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}} + \overset{\substack{A \text{ e } C \text{ têm} \\ \text{cores distintas}}}{\underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}} = 12 + 6 = 18$$

$\underset{A}{\underbrace{\quad}} \underset{B}{\underbrace{\quad}} \underset{C}{\underbrace{\quad}} \underset{D}{\underbrace{\quad}}$
 $\underset{A}{\underbrace{\quad}} \underset{B}{\underbrace{\quad}} \underset{C}{\underbrace{\quad}} \underset{D}{\underbrace{\quad}}$

Portanto, o argumento correto foi o I.

Resposta da questão 4:

[D]

Temos 8 possibilidades de escolha para o primeiro vértice, e, para cada vértice, temos 4 possibilidades de escolha para o segundo. Dessa forma, o número total de deslocamentos possíveis é:

$$8 \cdot 4 = 32$$

Resposta da questão 5:

[B]

Para que o montante de uma cédula com duas moedas resulte em R\$ 10,75, Paula deve retirar necessariamente uma cédula de R\$ 10,00, uma moeda de R\$ 0,50 e outra moeda de R\$ 0,25.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

$$\overset{2}{R\$10,00} \cdot \overset{2}{R\$0,50/} \cdot \overset{1}{R\$0,25/} = 4$$

$$\overset{R\$0,25}{R\$0,25} \quad \overset{R\$0,50}{R\$0,50}$$

E o total de combinações possíveis para a retirada é de:

$$\overset{8}{\text{cédula}} \cdot \overset{4}{1^{\text{a}} \text{ moeda}} \cdot \overset{3}{2^{\text{a}} \text{ moeda}} = 96$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$$

Resposta da questão 6:

[B]

Como o dígito verificador resulta de operações com os números que o antecedem, ele já está determinado após a introdução dos outros dígitos. Sendo assim, a quantidade de códigos de barras que podem ser formados é:

$$\overset{1}{\text{país}} \cdot \overset{1}{\text{país}} \cdot \overset{1}{\text{país}} \cdot \overset{4}{\text{empresa}} \cdot \overset{4}{\text{empresa}} \cdot \overset{4}{\text{empresa}} \cdot \overset{4}{\text{empresa}} \cdot \overset{4}{\text{empresa}} \cdot \overset{10}{\text{produto}} \cdot \overset{10}{\text{produto}} \cdot \overset{10}{\text{produto}} \cdot \overset{1}{\text{dígito verificador}} = 4^6 \cdot 10^3$$

Resposta da questão 7:

[E]

Quantidade de maneiras de escolhermos:

3 médicos cardiologistas e 2 neurologistas:

$$C_{7,3} \cdot C_{6,2} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

4 médicos cardiologistas e 1 neurologista:

$$C_{7,4} \cdot C_{6,1} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot \frac{6!}{1! \cdot 5!}$$

5 médicos cardiologistas:

$$C_{7,5} \cdot C_{6,0} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{0! \cdot 6!}$$

Portanto, a expressão numérica buscada é:

$$\frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} + \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot \frac{6!}{1! \cdot 5!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{0! \cdot 6!}$$

Resposta da questão 8:

[B]

Utilizando apenas as teclas 1, 2, 5, 7 e 0, há 5 algarismos e 10 letras possíveis. Logo, o número de senhas diferentes é:

$$\overset{5}{\text{A}} \cdot \overset{4}{\text{A}} \cdot \overset{10}{\text{L}} \cdot \overset{9}{\text{L}} \cdot \overset{8}{\text{L}} = 14400$$

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Resposta da questão 9:

[B]

O número de maneiras de permutarmos 3 computadores defeituosos e 2 computadores perfeitos vale:

$$\frac{5!}{3!2!} = 10$$

E a probabilidade de escolhermos 3 computadores defeituosos dentre os 5 computadores comprados (dentre os 10 disponíveis) é igual a:

$$\underset{\text{def}}{\frac{3}{10}} \cdot \underset{\text{def}}{\frac{2}{9}} \cdot \underset{\text{def}}{\frac{1}{8}} \cdot \underset{\text{perf}}{\frac{7}{7}} \cdot \underset{\text{perf}}{\frac{6}{6}} \cdot 10 = \frac{1}{12}$$

Resposta da questão 10:

[E]

Sendo a posição marcada com $\blacksquare$ a posição do retalho de $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, temos as seguintes possibilidades:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 &= 12 \\ 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 &= 18 \\ 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 &= 18 \\ 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 &= 12 \end{aligned}$$

Logo, a quantidade de modelos diferentes de tapetes é:

$$12 + 18 + 18 + 12 = 60$$

Resposta da questão 11:

[B]

Existem 9 possibilidades de escolher o andar.

Em cada andar, as escolhas possíveis estão entre os apartamentos de final 1 a 6. Logo, em cada andar, é possível escolher 2 apartamentos de $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \times 4!}$ maneiras.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $9 \times \frac{6!}{2! \times (6-2)!}$.

Resposta da questão 12:

[B]

Seja n o número de cores que a montadora deverá disponibilizar a seus clientes.

Sabendo que existem 7 modelos de carros, 2 tipos de motores e n cores, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o número de configurações, sem opcionais, é dado por $7 \cdot 2 \cdot n = 14n$.

As configurações possíveis com opcionais têm um, dois ou três dos opcionais disponíveis. Desse modo, existem $\binom{3}{1} = 3$ maneiras de escolher um opcional, $\binom{3}{2} = 3$ maneiras de escolher dois opcionais e $\binom{3}{3} = 1$

maneira de escolher três opcionais. Em consequência, pelo Princípio Aditivo, existem $3 + 3 + 1 = 7$ maneiras de escolher pelo menos um opcional e, portanto, o número de configurações, com opcionais, pelo Princípio Multiplicativo, é $7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot n = 98n$.

Logo, para que a montadora cumpra a oferta, deve-se ter

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

$$14n + 98n > 1000 \Leftrightarrow n > \frac{1000}{112}$$

$$\Leftrightarrow n > 8 + \frac{13}{14}$$

O menor valor inteiro de n que satisfaz a desigualdade é $n = 9$.

Resposta da questão 13:

[A]

Existem $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!}$ maneiras de escolher os tecidos e $\binom{15}{5} = \frac{15!}{5! \cdot 10!}$ modos de escolher as pedras. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $\frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{15!}{5! \cdot 10!}$.

Resposta da questão 14:

[B]

O número de partidas disputadas em turno e retorno corresponde ao número de arranjos simples de x times tomados dois a dois, ou seja,

$$A_{x,2} = 380 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 380$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 380$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 380.$$

Resposta da questão 15:

[E]

Sabendo que a ordem não importa, a resposta é

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!}$$

Resposta

[C]

da

questão

16:

O número total de partidas é dado por

$$A_{20,2} = \frac{20!}{18!} = 380.$$

Portanto, se ocorreram 126 empates, então houve ganhador em $380 - 126 = 254$ jogos.

Resposta da questão 17:

[D]

O número de anagramas em que as letras “edu” estejam juntas e nessa ordem é dado pela permutação das 4 letras com o bloco composto pelas três letras que devem permanecer juntas. Ou seja:

$$5! = 120$$

Descontando a sequência “eduardo”, teremos:

$$120 - 1 = 119$$

Resposta da questão 18:

[C]

O número de maneiras de ir de A até B , passando ou não por C , é dado por

$$P_7^{(4,3)} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 35.$$

O número de maneiras de ir de A até C é igual a

$$P_4^{(2,2)} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6,$$

enquanto que o número de maneiras de ir de C até B é

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

$$P_3^{(2)} = \frac{3!}{2!} = 3.$$

Desse modo, pelo Princípio Multiplicativo, é possível ir de A até B , passando por C , de $6 \cdot 3 = 18$ maneiras. A resposta é $35 - 18 = 17$.

Resposta da questão 19:

[C]

Se a denota um vagão com agente e v um vagão sem agente, então o número de configurações possíveis é igual a 4, conforme o diagrama abaixo.

$a \ v \ a \ v \ a \ v$
 $v \ a \ v \ a \ v \ a$
 $a \ v \ a \ v \ v \ a$
 $a \ v \ v \ a \ v \ a$

Fixada a ordem dos vagões, ainda é possível permutar as agentes de $P_3 = 3!$ modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $4 \cdot 3! = C_4^3 \cdot 3!$

Resposta da questão 20:

[E]

Como existem quatro vogais e cinco consoantes, a única configuração possível é

$$c_1 v_1 c_2 v_2 c_3 v_3 c_4 v_4 c_5,$$

em que cada c_i representa uma consoante e cada v_i representa uma vogal.

Desse modo, temos $P_5^{(2)} = \frac{5!}{2!}$ maneiras de dispor as consoantes e $P_4 = 4!$ modos de intercalar as vogais.

Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $\frac{5!}{2} \cdot 4!$.

Resposta da questão 21:

[B]

O número de códigos possíveis é dado por:

Para 3 toques:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$$

Para 4 toques:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$$

Para 5 toques:

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$$

Portanto, a expressão representa o número total de códigos existentes é:

$$4^3 + 4^4 + 4^5$$

Resposta da questão 22:

[E]

Existem $\binom{12}{4}$ modos de escolher os vagões pintados na cor vermelha, $\binom{8}{3}$ maneiras de escolher os vagões pintados na cor azul, $\binom{5}{3}$ modos de escolher os vagões que serão pintados na cor verde e $\binom{2}{2}$ maneiras de escolher os vagões pintados na cor amarela.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é

$$\binom{12}{4} \times \binom{8}{3} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{2}.$$

Resposta da questão 23:

[C]

Grupo $\begin{cases} 6 \text{ destros} \\ 2 \text{ canhotos} \end{cases}$

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Imposição: 4 duplas, sendo que não haverá dupla com 2 canhotos.

Neste caso, teremos:

$$\text{Todas as duplas: } TD = \frac{C_{8,2} \cdot C_{6,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{2,2}}{4!} = 105$$

$$\text{Duplas com uma dupla de canhotos: } TC = C_{2,2} \cdot \frac{C_{6,2} \cdot C_{4,2} \cdot C_{2,2}}{3!} = 15$$

$$\text{Total: } T = TD - TC = 105 - 15 = 90.$$

Resposta da questão 24:

[D]

Como cada chave pode assumir apenas duas posições, pelo Princípio Multiplicativo, é imediato que a resposta é $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

Resposta da questão 25:

[C]

Em relação aos carros que ficarão na entrada, existem 4 maneiras de escolher o compacto e 6 modos de escolher a caminhonete. Já para o estande da região central, tem-se 3 escolhas para o compacto e 5 para a caminhonete. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o número de possibilidades para compor os estandes é igual a

$$\begin{aligned} 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 &= \binom{6}{2} \cdot 2 \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 \\ &= \binom{4}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot 2 \cdot 2. \end{aligned}$$

Resposta da questão 26:

[E]

O número de partidas pode ser calculado pelo número de combinações de jogadores, 2 a 2. Assim:

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 6!} = 28 \text{ partidas}$$

Resposta da questão 27:

[B]

Sabendo-se que cada caminhão cegonha possui 10 carros e que é preciso ao menos um carrinho de cada cor, então restam 6 carrinhos nos quais as cores podem ser permutadas.

Sendo a , b , c e d a quantidade de carrinhos brancos, laranjas, amarelos e verdes, além dos 4 já pintados (um de cada cor), tem-se:

$$a + b + c + d = 6$$

A quantidade de soluções inteiras não negativas dessa equação de quatro variáveis será:

$$\binom{6 + 4 - 1}{4 - 1} = \binom{9}{3} = C_{9,3}$$

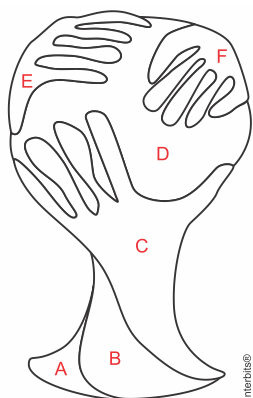
Resposta da questão 28:

[E]

Considerando as regiões a serem pintadas:

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO



Considerando que as cores podem se repetir e que não há obrigatoriedade de se usar as 4 cores, pode-se calcular:

$$D \times E \times F \times C \times B \times A$$

$$4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 972 \text{ opções}$$

Resposta da questão 29:

[E]

Pelo Princípio Multiplicativo, segue que o resultado é

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 900 = 9 \cdot 10^7.$$

Resposta da questão 30:

[E]

Calculando:

$$\text{Opção I} \Rightarrow 26 \cdot 10^5 = 2.600.000 \text{ opções}$$

$$\text{Opção II} \Rightarrow 10^6 = 1.000.000 \text{ opções}$$

$$\text{Opção III} \Rightarrow 26^2 \cdot 10^4 = 6.760.000 \text{ opções}$$

$$\text{Opção IV} \Rightarrow 10^5 = 100.000 \text{ opções}$$

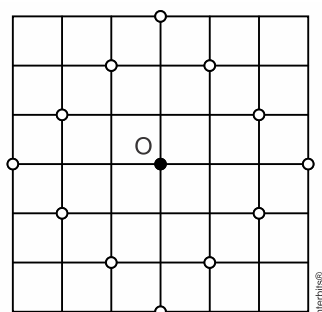
$$\text{Opção V} \Rightarrow 26^3 \cdot 10^2 = 1.757.600 \text{ opções}$$

Sendo o número esperado de clientes igual a 1 milhão, o formato que resulta num número de senhas distintas possíveis superior a 1 milhão mas não superior a 2 milhões é o formato dado na opção V.

Resposta da questão 31:

[C]

Considere a figura, em que estão indicadas as possíveis localizações do cliente.



A resposta é 12.

Resposta da questão 32:

[C]

Sendo $26^3 \times 10^4$ o número total de placas e 26^3 o número de placas em que os algarismos são todos iguais a zero, podemos afirmar que podem ser utilizadas $26^3 \times 10^4 - 26^3 = 26^3(10^4 - 1)$ placas.

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Resposta da questão 33:

[A]

Desde que o número de maneiras de escolher dois tenistas quaisquer é $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$, e o número de modos de escolher dois tenistas canhotos é $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!}$, tem-se que o resultado é dado por $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$.

Resposta da questão 34:

[E]

Existem $10 \cdot 10 = 10^2$ maneiras de escolher os dois algarismos e $52 \cdot 52 = 52^2$ maneiras de escolher as letras. Definidos os caracteres da senha, podemos dispô-los de $P_4^{(2,2)} = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$ modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$.

Resposta da questão 35:

[C]

Considerando o caso em que os círculos A e C possuem cores distintas, tem-se 3 maneiras de escolher a cor do círculo A , 2 maneiras de escolher a cor do círculo C , 1 maneira de escolher a cor do círculo B e 1 maneira de escolher a cor do círculo D . Logo, pelo Princípio Multiplicativo, existem $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6$ possibilidades.

Por outro lado, se A e C possuem a mesma cor, então existem 3 modos de escolher a cor comum, 2 maneiras de escolher a cor do círculo B e 2 modos de escolher a cor do círculo D . Daí, pelo Princípio Multiplicativo, tem-se $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ possibilidades.

Em consequência, pelo Princípio Aditivo, a resposta é $6 + 12 = 18$.

Resposta da questão 36:

[A]

O resultado pedido corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 7 a 7, isto é, $A_{9,7} = \frac{9!}{2!}$.

Resposta da questão 37:

[C]

Observando a diferença entre a pontuação total da Escola II e a das outras escolas, tem-se que a Escola II será campeã quaisquer que sejam as notas das Escolas I, III e V. Logo, em relação a essas escolas, há 5 notas favoráveis para cada uma.

Por outro lado, como a Escola II vence a Escola IV em caso de empate, e tendo a Escola IV uma vantagem de dois pontos em relação à Escola II, a última será campeã nos seguintes casos:

- 6 para a Escola IV e 8, 9 ou 10 para a Escola II;
- 7 para a Escola IV e 9 ou 10 para a Escola II;
- 8 para a Escola IV e 10 para a Escola II.

Em consequência, a resposta é $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$.

Resposta da questão 38:

[B]

Por ordem: a faixa A pode ser pintada por qualquer uma das três cores; a faixa B pode ser pintada por duas das três cores (pois é adjacente à A, que já foi pintada por alguma cor); a faixa C só pode ser pintada pela cor restante (pois é adjacente à A e B, que já foram pintadas pelas outras duas cores); a faixa D só pode ser pintada pela mesma cor da faixa B (pois é adjacente à A e C, que já foram pintadas pelas outras duas cores); por fim, a faixa E pode ser pintada pelas duas cores diferentes da faixa D, da qual é adjacente. Assim, o cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira é $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2$.

Resposta da questão 39:

[B]

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Considere 16 posições consecutivas de uma fila, em que as posições de ordem ímpar serão ocupadas pelos 8 filmes de ação, as 5 primeiras posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de comédia, e as 3 últimas posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de drama. Daí, os filmes de ação podem ser dispostos de $P_8 = 8!$ modos, os de comédia de $P_5 = 5!$ maneiras e os de drama de $P_3 = 3!$ possibilidades. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue-se que o resultado é $8! \times 5! \times 3!$.

Resposta da questão 40:

[A]

Supondo que serão utilizadas apenas as vogais a , e , i , o e u , segue-se, pelo Princípio Multiplicativo, que a resposta é $10 \cdot 10 = 100$.

Observação: Considerando o acordo ortográfico de 2009, a questão não teria resposta.

Resposta da questão 41:

[A]

Supondo que duas cartelas de um mesmo jogador não possuem 6 dezenas iguais, segue-se que Arthur, Bruno, Caio, Douglas e Eduardo possuem, respectivamente, as seguintes possibilidades de serem premiados:

$$250; 41 \cdot \binom{7}{6} + 4 = 291; 12 \cdot \binom{8}{6} + 10 = 346; 4 \cdot \binom{9}{6} = 336 \text{ e } 2 \cdot \binom{10}{6} = 420.$$

Portanto, como o número de casos possíveis para o resultado do sorteio é o mesmo para todos, podemos concluir que Caio e Eduardo são os que têm as maiores probabilidades de serem premiados.

Resposta da questão 42:

[A]

Sabendo que cada letra maiúscula difere da sua correspondente minúscula, há $2 \cdot 26 + 10 = 62$ possibilidades para cada dígito da senha. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, segue-se que existem 62^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Analogamente, no sistema antigo existiam 10^6 senhas possíveis de seis dígitos.

Em consequência, a razão pedida é $\frac{62^6}{10^6}$.

Resposta da questão 43:

[B]

Há 3 escolhas para a cor da pedra que ficará no vértice A . Além disso, podem ocorrer dois casos em relação às pedras que ficarão nos vértices B e D : (i) as cores das pedras em B e D são iguais; (ii) as cores das pedras em B e D são distintas.

Portanto, as configurações possíveis são: $(A, B, C, D) = (3, 1, 2, 1)$ e $(A, B, C, D) = (3, 2, 1, 1)$, o que corresponde a $3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$ joias distintas.

Resposta da questão 44:

[A]

Pelo PFC, existem $5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$ respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há $280 - 270 = 10$ alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

Resposta da questão 45:

[C]

Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).

Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))

Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).

ANÁLISE COMBINATÓRIA- ENEM (2010 - 2025)

PROFESSOR YURI POLITANO

Preto e branco: 2.

Portanto, o total de cores será $3 \cdot (3 + 3) + 2 = 20$.

Resposta da questão 46:

[E]

Começando com 1: $4! = 24$

Começando com 3: $4! = 24$

Começando com 5: $4! = 24$

Começando com 71: $3! = 6$

Começando com 73: $3! = 6$

Começando com 751: $2! = 2$

Começando com 753: $2! = 2$

O próximo será 75913

Logo, $24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 = 89$ (octogésima nona posição).

Resposta da questão 47:

[D]

O professor pode escolher 3 museus no Brasil de $\binom{4}{3} = 4$ modos distintos e pode escolher 2 museus no exterior de $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ maneiras. Portanto, pelo PFC, o professor pode escolher os 5 museus para visitar de $4 \cdot 6 = 24$ maneiras diferentes.

