

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

1. (Enem) Dez casais fundaram um grupo de dança e decidiram constituir uma diretoria com três cargos: presidente, secretário e tesoureiro. Para maior representatividade, decidiu-se que no máximo uma pessoa por casal poderá ocupar um cargo nessa diretoria.

Quantas diretorias diferentes podem ser constituídas por esses 10 casais?

- a) $10 \times 9 \times 8$
- b) $20 \times 18 \times 16$
- c) $20 \times 19 \times 18$
- d) $10 \times 9 \times 8 \times 2$
- e) $20 \times 18 \times 16 \times 2$

2. (Enem) Um pai comprou oito presentes diferentes (dentre os quais, uma bicicleta e um celular) para dar a seus três filhos. Ele pretende distribuir os presentes de modo que o filho mais velho e o mais novo recebam três presentes cada um, e o do meio receba os dois presentes restantes. O mais velho ganhará, entre seus presentes, ou uma bicicleta ou um celular, mas não ambos.

De quantas maneiras distintas a distribuição dos presentes pode ser feita?

- a) 36.
- b) 53.
- c) 300.
- d) 360.
- e) 560.

3. (Enem Reaplicação COP 30 (PA)) Para as olimpíadas internas de um colégio, foram formadas 16 equipes, cada uma identificada por um escudo. Cada escudo será dividido em 4 regiões distintas, conforme a Figura 1.

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

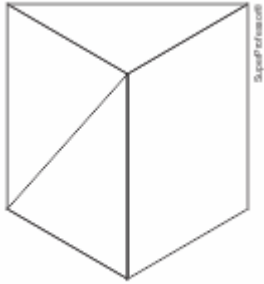


Figura 1

Foram escolhidas três cores para colorir as regiões de todos os escudos. Em cada região, será utilizada uma única cor, e o escudo de cada equipe será colorido com até três dessas cores. Regiões com lado em comum não podem ter a mesma cor. Não pode haver duas equipes com uma mesma configuração de cores no escudo. A Figura 2 apresenta dois escudos possíveis.

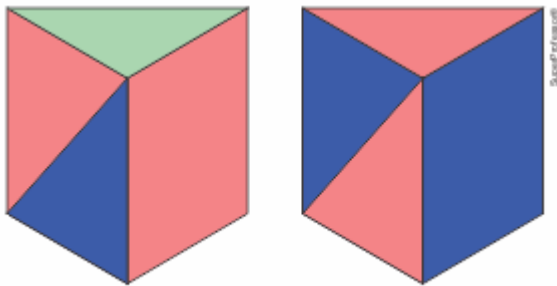


Figura 2

Cinco responsáveis pelas olimpíadas analisaram a viabilidade de se confeccionarem os escudos, e cada um formulou um argumento:

- I. é viável, pois há 18 escudos possíveis;
- II. é viável, pois há 72 escudos possíveis;
- III. é viável, pois há 81 escudos possíveis;
- IV. não é viável, pois há apenas 6 escudos possíveis;
- V. não é viável, pois há apenas 12 escudos possíveis.

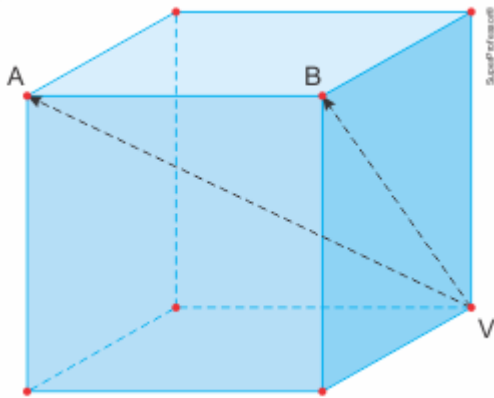
O argumento correto foi o

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

4. (Enem PPL) Em um jogo de computador, uma nave só pode se localizar em um dos vértices de um cubo com posição fixada na tela. A partir de um vértice, a nave só pode se deslocar para outro vértice que não lhe seja adjacente. A figura

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

exemplifica algumas possibilidades de deslocamento da nave quando ela está posicionada no vértice V.



O número total de deslocamentos distintos que podem ser observados nesse jogo é

- a) 16.
- b) 24.
- c) 26.
- d) 32.
- e) 56.

5. (Enem PPL) Na bolsa de Paula, há uma cédula de R\$ 2,00, duas de R\$ 5,00, duas de R\$ 10,00, uma de R\$ 20,00, duas de R\$ 50,00 e quatro moedas: uma de R\$ 0,10, uma de R\$ 0,25, uma de R\$ 0,50 e uma de R\$ 1,00. Paula deseja pagar uma despesa de R\$ 10,75 e, para isso, retira de sua bolsa, sem olhar, uma cédula juntamente com duas moedas.

Qual é a probabilidade de Paula retirar exatamente o valor de sua despesa?

- a) $\frac{1}{48}$.
- b) $\frac{1}{24}$.
- c) $\frac{1}{16}$.
- d) $\frac{5}{12}$.
- e) $\frac{1}{4}$.

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

6. (Enem PPL) Em um país, todos os produtos comercializados estão associados a uma única sequência numérica de 13 dígitos, e cada sequência numérica pode ser representada por um código de barras. Essas sequências são formadas de acordo com as seguintes regras:

- os três primeiros dígitos são associados ao país que comercializa o produto. Esses dígitos são 7, 8 e 9 (nessa ordem);
- dígitos nas posições quatro a nove identificam a empresa que comercializa o produto. Eles assumem os valores 4, 5, 6 ou 7;
- dígitos nas posições dez a doze identificam o produto. Eles podem ser qualquer algarismo de 0 a 9.

O último dígito, chamado de dígito verificador, é consequência dos doze primeiros, sendo obtido por meio de operações, previamente definidas, realizadas com os doze primeiros.

Quanto diferentes códigos de barras podem estar associados a produtos comercializados nesse país?

- a) $4^6 \times 9^3$.
- b) $4^6 \times 10^3$.
- c) $10^6 \times 10^3$.
- d) $3! \times 4^6 \times 10^3$.
- e) $(6 \times 4) \times (10 \times 3)$.

7. (Enem) Um hospital tem 7 médicos cardiologistas e 6 médicos neurologistas em seu quadro de funcionários. Para executar determinada atividade, a direção desse hospital formará uma equipe com 5 médicos, sendo, pelo menos, 3 cardiologistas.

A expressão numérica que representa o número máximo de maneiras distintas de formar essa equipe é

- a) $\frac{7!}{4!} \times \frac{6!}{4!}$
- b) $\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$
- c) $\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} + \frac{5!}{1! \times 4!}$
- d) $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} + \frac{6!}{2! \times 4!} \right) \times \left(\frac{7!}{4! \times 3!} + \frac{6!}{1! \times 5!} \right) \times \left(\frac{7!}{5! \times 2!} + \frac{6!}{0! \times 6!} \right)$
- e) $\left(\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{6!}{2! \times 4!} \right) + \left(\frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{1! \times 5!} \right) + \left(\frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{6!}{0! \times 6!} \right)$

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

8. (Enem) Para abrir a porta de uma empresa, cada funcionário deve cadastrar uma senha utilizando um teclado alfanumérico como o representado na figura.



Por exemplo: a tecla que contém o número 2 traz as letras correlacionadas A, B e C. Cada toque nessa tecla mostra, sequencialmente, os seguintes caracteres: 2, A, B e C. Para os próximos toques, essa sequência se repete. As demais teclas funcionam da mesma maneira.

As senhas a serem cadastradas pelos funcionários devem conter 5 caracteres, sendo 2 algarismos distintos seguidos de 3 letras diferentes, nessa ordem. Um funcionário irá cadastrar a sua primeira senha, podendo escolher entre as teclas que apresentam os números 1, 2, 5, 7 e 0 e as respectivas letras correlacionadas, quando houver.

O número de possibilidades diferentes que esse funcionário tem para cadastrar sua senha é

- a) 11.520.
- b) 14.400.
- c) 18.000.
- d) 312.000.
- e) 390.000.

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

9. (Enem PPL) Um funcionário de uma loja de computadores misturou, por descuido, três computadores defeituosos com sete computadores perfeitos que estavam no estoque. Uma pequena empresa fez a compra de cinco computadores nessa loja, escolhendo-os aleatoriamente dentre os dez que estavam no estoque.

Qual é a probabilidade de essa empresa ter levado, em sua compra, todos os três computadores defeituosos?

a) $\frac{1}{72}$

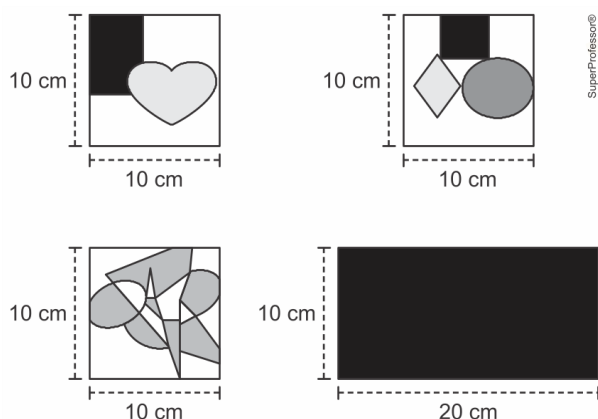
b) $\frac{1}{12}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{10}$

e) $\frac{3}{7}$

10. (Enem PPL) Uma costureira tem à sua disposição pelo menos duas unidades de cada um dos quatro tipos de retalhos retangulares com as estampas e os tamanhos apresentados.



Para confeccionar um tapete em formato retangular de $10\text{ cm} \times 50\text{ cm}$, ela utilizará os retalhos, na posição indicada na figura, costurando um lado de um a um lado do outro, sem que haja rotações desses retalhos. O modelo de tapete que pretende confeccionar deverá conter um único retalho de $10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ e mais três

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

retalhos de formato $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, sendo que retalhos de mesma estampa não poderão ficar lado a lado.

Quantos modelos diferentes de tapetes poderão ser confeccionados?

- a) 12
- b) 24
- c) 34
- d) 48
- e) 60

Gabarito

Resposta da questão 1:

[B]

Começando a preencher os cargos na ordem descrita, para a vaga de presidente, há 20 possibilidades de escolha (pois há 10 casais). Para a de secretário, há 18 possibilidades (excetuados o presidente e o seu par). Analogamente, para a de tesoureiro, há 16 possibilidades. Sendo assim, a quantidade de diretorias diferentes é de $20 \cdot 18 \cdot 16$.

Resposta da questão 2:

[C]

O número de maneiras de distribuir os presentes é:

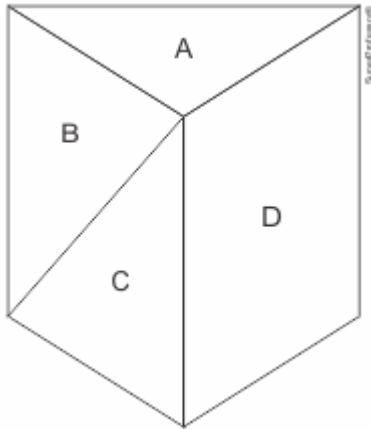
$$\begin{array}{c} \text{bicicleta} \\ \text{ou celular} \\ \overbrace{2}^{\text{mais velho}} \cdot \underbrace{C_{6,2}}_{\text{do meio}} \cdot \underbrace{C_{5,2}}_{\text{mais novo}} \cdot C_{3,3} = 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1 = 300 \end{array}$$

Resposta da questão 3:

[A]

Dividindo as regiões como na figura abaixo, temos:

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025



A quantidade máxima de escudos diferentes é:

$$\underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}_{\substack{A \text{ e } C \text{ têm} \\ \text{a mesma cor}}} + \underbrace{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}_{\substack{A \text{ e } C \text{ têm} \\ \text{cores distintas}}} = 12 + 6 = 18$$

$\underbrace{\quad}_{A} \underbrace{\quad}_{B} \underbrace{\quad}_{C} \underbrace{\quad}_{D} \quad \underbrace{\quad}_{A} \underbrace{\quad}_{B} \underbrace{\quad}_{C} \underbrace{\quad}_{D}$

Portanto, o argumento correto foi o I.

Resposta da questão 4:

[D]

Temos 8 possibilidades de escolha para o primeiro vértice, e, para cada vértice, temos 4 possibilidades de escolha para o segundo. Dessa forma, o número total de deslocamentos possíveis é:

$$8 \cdot 4 = 32$$

Resposta da questão 5:

[B]

Para que o montante de uma cédula com duas moedas resulte em R\$ 10,75, Paula deve retirar necessariamente uma cédula de R\$ 10,00, uma moeda de R\$ 0,50 e outra moeda de R\$ 0,25.

$$\underbrace{2}_{R\$10,00} \cdot \underbrace{2}_{R\$0,50 / R\$0,25} \cdot \underbrace{1}_{R\$0,25 / R\$0,50} = 4$$

E o total de combinações possíveis para a retirada é de:

$$\underbrace{8}_{\text{cédula}} \cdot \underbrace{4}_{1^{\text{a}} \text{ moeda}} \cdot \underbrace{3}_{2^{\text{a}} \text{ moeda}} = 96$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$$

Resposta da questão 6:

[B]

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

Como o dígito verificador resulta de operações com os números que o antecedem, ele já está determinado após a introdução dos outros dígitos. Sendo assim, a quantidade de códigos de barras que podem ser formados é:

$$\underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1}_{\text{país}} \cdot \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{empresa}} \cdot \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{produto}} \cdot \underbrace{1}_{\text{dígito verificador}} = 4^6 \cdot 10^3$$

Resposta da questão 7:

[E]

Quantidade de maneiras de escolhermos:

3 médicos cardiologistas e 2 neurologistas:

$$C_{7,3} \cdot C_{6,2} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

4 médicos cardiologistas e 1 neurologista:

$$C_{7,4} \cdot C_{6,1} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot \frac{6!}{1! \cdot 5!}$$

5 médicos cardiologistas:

$$C_{7,5} \cdot C_{6,0} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{0! \cdot 6!}$$

Portanto, a expressão numérica buscada é:

$$\frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} + \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot \frac{6!}{1! \cdot 5!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{0! \cdot 6!}$$

Resposta da questão 8:

[B]

Utilizando apenas as teclas 1, 2, 5, 7 e 0, há 5 algarismos e 10 letras possíveis. Logo, o número de senhas diferentes é:

$$\underbrace{5}_{\text{A}} \cdot \underbrace{4}_{\text{A}} \cdot \underbrace{10}_{\text{L}} \cdot \underbrace{9}_{\text{L}} \cdot \underbrace{8}_{\text{L}} = 14400$$

Resposta da questão 9:

[B]

ANÁLISE COMBINATÓRIA ENEM- 2023/ 2024/ 2025

O número de maneiras de permutarmos 3 computadores defeituosos e 2 computadores perfeitos vale:

$$\frac{5!}{3!2!} = 10$$

E a probabilidade de escolhermos 3 computadores defeituosos dentre os 5 computadores comprados (dentre os 10 disponíveis) é igual a:

$$\frac{\underset{\text{def}}{3}}{10} \cdot \frac{\underset{\text{def}}{2}}{9} \cdot \frac{\underset{\text{def}}{1}}{8} \cdot \frac{\underset{\text{perf}}{7}}{7} \cdot \frac{\underset{\text{perf}}{6}}{6} \cdot 10 = \frac{1}{12}$$

Resposta da questão 10:

[E]

Sendo a posição marcada com $\blacksquare$ a posição do retalho de $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, temos as seguintes possibilidades:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 &= 12 \\ 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 &= 18 \\ 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 &= 18 \\ 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 &= 12 \end{aligned}$$

Logo, a quantidade de modelos diferentes de tapetes é:

$$12 + 18 + 18 + 12 = 60$$