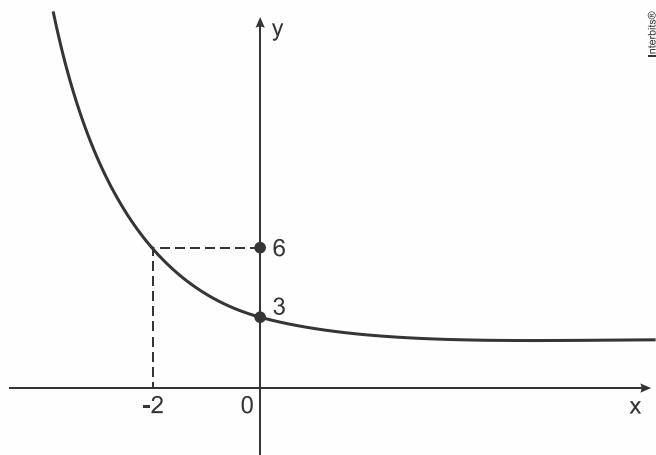


LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

1. (Espcex (Aman))

A figura mostra um esboço do gráfico da função $f(x) = a^x + b$, com a e b reais, $a > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 0$. Então, o valor de $f(2) - f(-2)$ é igual a



Desenho ilustrativo fora de escala

- a) $-\frac{3}{4}$.
- b) $-\frac{15}{4}$.
- c) $-\frac{1}{4}$.
- d) $-\frac{7}{6}$.
- e) $-\frac{35}{6}$.

2. (Espcex (Aman))

Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (\sqrt{3})^{4+2 \sin 3x}$ e a função $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{1+3 \cos 2x}$. O produto entre o valor mínimo de f e o valor máximo de g é igual

- a) $\frac{1}{81}$.
- b) $\frac{1}{9}$.
- c) 1.
- d) 9.
- e) 81.

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

3. (Espcex (Aman))

Na pesquisa e desenvolvimento de uma nova linha de defensivos agrícolas, constatou-se que a ação do produto sobre a população de insetos em uma lavoura pode ser descrita pela expressão $N(t) = N_0 \cdot 2^{kt}$, sendo N_0 a população no início do tratamento, $N(t)$, a população após t dias de tratamento e k uma constante, que descreve a eficácia do produto. Dados de campo mostraram que, após dez dias de aplicação, a população havia sido reduzida à quarta parte da população inicial. Com estes dados, podemos afirmar que o valor da constante de eficácia deste produto é igual a

- a) 5^{-1}
- b) -5^{-1}
- c) 10
- d) 10^{-1}
- e) -10^{-1}

4. (Espcex (Aman))

Dada a expressão $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-x^2}$, em que x é um número real qualquer, podemos afirmar que

- a) o maior valor que a expressão pode assumir é 3.
- b) o menor valor que a expressão pode assumir é 3.
- c) o menor valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{81}$.
- d) o maior valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{27}$.
- e) o menor valor que a expressão pode assumir é $\frac{1}{9}$.

5. (Uece)

Uma instituição financeira realiza aplicação monetária a médio e longo prazos, ficando a aplicação modelada (descrita com excelente aproximação) pela função exponencial $f(t) = p \cdot 2^{0,0625t}$ em que o parâmetro p representa o capital inicial a ser aplicado e t a variável tempo, medida em anos. Sendo assim, é correto afirmar que o tempo necessário a partir do momento inicial da aplicação de um certo capital para a sua duplicação é

- a) 10 anos.
- b) 16 anos.
- c) 12 anos.
- d) 14 anos.

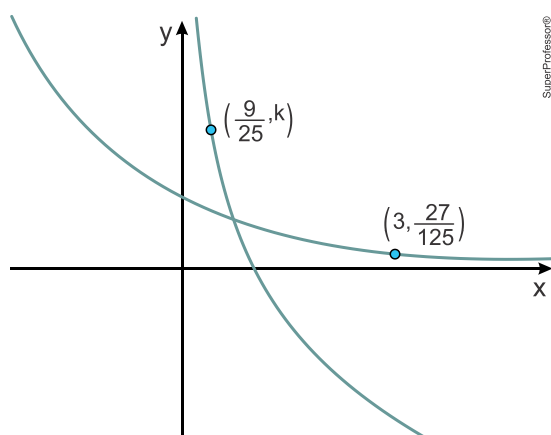
6. (Uea)

O ponto $A(5, 4)$ pertence à função $f(x) = 2^{x-k}$, e o ponto $B(2, 4)$ pertence à função $g(x) = k \cdot x + c$, em que c e k são números reais. O valor de $f(k) + g(1)$ é

- a) 3.
- b) 2.
- c) 0.
- d) 4.
- e) 1.

7. (Fuvest)

Considere a função f , dada por $f(x) = b^x$, com $b > 0$, $b \neq 1$ e $x \in \mathbb{R}$, e a sua inversa f^{-1} . A figura destaca dois pontos, um pertencente ao gráfico de f e outro ao gráfico de f^{-1} . Determine $b + k$.



- a) $\frac{5}{6}$
- b) 1
- c) $\frac{6}{5}$
- d) $\frac{13}{5}$
- e) $\frac{18}{5}$

8. (Esa)

Durante a construção de uma ponte pela engenharia militar, o sargento responsável observou que a máquina que preparava concreto enchia uma coluna seguindo a função

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

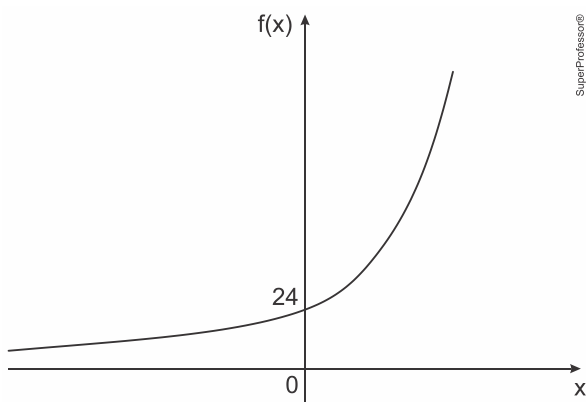
$V(t) = 2 \cdot \left(2^{\frac{t}{12}} - 1 \right)$, sendo v o volume preenchido em metros cúbicos (m^3) e t o tempo em

minutos. Assinale a alternativa que indica o tempo necessário para o preenchimento de um volume igual a $2m^3$.

- a) 4 minutos
- b) 6 minutos
- c) 8 minutos
- d) 10 minutos
- e) 12 minutos

9. (Famema)

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função exponencial, dada por $f(x) = k \cdot 2^{2x+3}$, com k sendo uma constante real. Um esboço do gráfico dessa função no plano cartesiano de eixos ortogonais está representado a seguir.



Sabendo que 24 representa o interseção do gráfico de $f(x)$ com o eixo das ordenadas, o valor de k é igual a

- a) 4.
- b) 1,5.
- c) 1,8.
- d) 3,5.
- e) 3.

10. (Fcmscsp)

O decaimento radioativo de uma substância se dá de acordo com a fórmula $r(t) = C \cdot 3^{-6t}$, com C sendo uma constante diferente de zero e $r(t)$ a quantidade de radioatividade presente na substância após t segundos desde o início do decaimento. O valor de t , em segundos, para que a substância fique com a terça parte da radioatividade que tinha inicialmente é igual a

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{1}{6}$
- e) $\frac{2}{5}$

11. (Ufjf-pism 1)

Em um experimento, dois microrganismos A e B são colocados em um mesmo ambiente. As colônias destes microrganismos crescem até o momento em que suas populações se igualam e inicia-se um processo de competição entre elas. O número de indivíduos das populações de A e de B, em milhares, do início do experimento (tempo $t = 0$) até o momento em que as populações se igualam, são descritos por $A(t) = 3^{2t} + 7$ e $B(t) = 18 \cdot 3^{t-2} + 10$, respectivamente. Qual é a população (em milhares) do microrganismo A quando se inicia a competição?

- a) 8
- b) 12
- c) 13
- d) 16
- e) 18

12. (Upe-ssa 1)

A meia-vida é o tempo necessário para que a massa de uma amostra radioativa caia pela metade. Num instante inicial, duas amostras radioativas A e B possuem a mesma massa, 100 gramas. As meias-vidas de A e B são, respectivamente, 20 horas e 15 horas. Passados 5 dias, qual a razão entre as massas da amostra radioativa A e da amostra radioativa B?

- a) 32
- b) 16
- c) 8
- d) 4
- e) 2

13. (Upe-ssa 3)

Um experimento consiste em estudar um fenômeno que cresce exponencialmente. Para

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

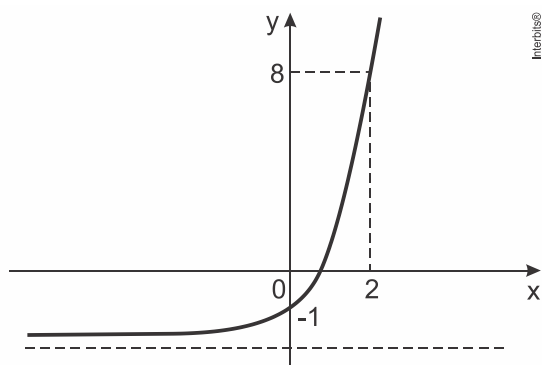
uma melhor análise da curva de crescimento, a equipe responsável utilizou um software para representá-la geometricamente. A equação dessa curva é dada por $f(x) = k \cdot 4^{x+p}$, onde k e p são constantes positivas. A partir do software, observaram que $f(5) = 15$, resultado que divergia em muito da realidade. Após uma análise cuidadosa, perceberam que o gráfico estava posicionado incorretamente e, após alguns cálculos, verificaram que, para corrigir esse erro, seria necessário adicionar 3 unidades ao parâmetro p . Depois de fazer isso, todos os resultados tornaram-se compatíveis.

Após o deslocamento que corrigiu a posição da curva, qual o real valor de $f(5)$ obtido pelo software?

- a) 3375
- b) 960
- c) 750
- d) 35
- e) 18

14. (Epcar (Afa))

A função real f definida por $f(x) = a \cdot 3^x + b$, sendo a e b constantes reais, está graficamente representada abaixo.



Pode-se afirmar que o produto $(a \cdot b)$ pertence ao intervalo real

- a) $[-4, -1]$
- b) $[-1, 2]$
- c) $[2, 5]$
- d) $[5, 8]$

15. (Fuvest)

Seja $f(x) = a + 2^{bx+c}$, em que a , b e c são números reais. A imagem de f é a semirreta $]-1, \infty[$ e o gráfico de f intercepta os eixos coordenados nos pontos $(1, 0)$ e $(0, -3/4)$. Então, o produto abc vale

- a) 4

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

- b) 2
- c) 0
- d) - 2
- e) - 4

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Gabarito:

Resposta da questão 1:

[B]

$$f(0) = 3 \Rightarrow a^0 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 1 \Rightarrow b = 2.$$

$$f(-2) = 6 \Rightarrow a^{-2} + 2 = 6 \Rightarrow a^{-2} = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 \text{ e:}$$

$$f(2) - f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 - \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 2\right) = \frac{1}{4} - 4 = -\frac{15}{4}$$

Resposta da questão 2:

[D]

$$\sqrt{3} > 1 \Rightarrow f_{\min} = \sqrt{3}^{4+2 \cdot (-1)} = 3$$

$$0 < \frac{\sqrt{3}}{3} < 1 \Rightarrow g_{\max} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{1+3 \cdot (-1)} = 3$$

Portanto, o produto pedido será dado por:

$$3 \cdot 3 = 9.$$

Resposta da questão 3:

[B]

De acordo com as informações, vem $\frac{N_0}{4} = N_0 \cdot 2^{k \cdot 10} \Leftrightarrow 2^{10k} = 2^{-2} \Leftrightarrow k = -5^{-1}$.

Resposta da questão 4:

[C]

Como $\frac{1}{3} < 1$, a expressão $\left(\frac{1}{3}\right)^{4x-x^2}$ assume seu menor valor quando $4x-x^2$ assume seu valor máximo. Desse modo, segue que para $x=2$ a expressão

$$4x - x^2 = 4 - (x-2)^2$$

assume valor máximo igual a 4 e, portanto, $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$ é o valor mínimo procurado.

Resposta da questão 5:

[B]

A função que modela a aplicação é:

$$f(t) = p \cdot 2^{0,0625t}$$

Queremos saber em quanto tempo o capital dobra, ou seja:

$$f(t) = 2p$$

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

A equação é:

$$2p = p \cdot 2^{0,0625t}$$

$$2 = 2^{0,0625t}$$

Agora, como as bases são iguais, basta igualar os expoentes:

$$1 = 0,0625t$$

$$t = \frac{1}{0,0625}$$

$$t = 16$$

Resposta da questão 6:

[B]

De acordo com o problema, temos:

$$f(5) = 4$$

$$2^{5-k} = 2^2$$

$$5 - k = 2$$

$$-k = -3$$

$$\boxed{k = 3}$$

Logo, $\boxed{f(x) = 2^{x-3}}$

$$g(2) = 4$$

$$3 \cdot 2 + c = 4$$

$$\boxed{c = -2}$$

Logo, $\boxed{g(x) = 3x - 2}$

$$\therefore f(k) + g(1) = 2^{3-3} + 3 \cdot 1 - 2$$

$$\boxed{f(k) + g(1) = 2}$$

Resposta da questão 7:

[D]

Se o ponto $\left(3, \frac{27}{125}\right)$ pertencesse à inversa de f , teríamos:

$$3 = b^{\frac{27}{125}} \Leftrightarrow b = 3^{\frac{125}{27}}$$

Portanto, o gráfico da inversa de f é a curva que contém o ponto $\left(\frac{9}{25}, k\right)$. Substituindo o

ponto $\left(3, \frac{27}{125}\right)$ na função f , obtemos:

$$b^3 = \frac{27}{125}$$

$$b = \frac{3}{5}$$

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

Substituindo o ponto $\left(\frac{9}{25}, k\right)$ na função inversa, obtemos:

$$\frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^k$$

$$k = 2$$

Logo:

$$b + k = \frac{3}{5} + 2 = \frac{13}{5}$$

Resposta da questão 8:

[E]

O tempo necessário é de:

$$2 = 2 \cdot \left(2^{\frac{t}{12}} - 1\right)$$

$$1 = 2^{\frac{t}{12}} - 1$$

$$2 = 2^{\frac{t}{12}}$$

$$1 = \frac{t}{12}$$

$$\therefore t = 12 \text{ min}$$

Resposta da questão 9:

[E]

Considerando que $f(0) = 24$, temos:

$$24 = k \cdot 2^{2 \cdot 0 + 3} \Rightarrow 24 = 8k \Rightarrow k = 3$$

Resposta: $k = 3$.

Resposta da questão 10:

[D]

Queremos calcular o valor de t , em segundos, para o qual se tem $r(t) = \frac{1}{3} \cdot r(0)$. Logo, vem

$$C \cdot 3^{-6t} = \frac{1}{3} \cdot C \cdot 3^{-6 \cdot 0} \Leftrightarrow 3^{-6t} = 3^{-1}$$

$$\Leftrightarrow -6t = -1$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$$

Resposta da questão 11:

[D]

Para determinar o tempo t para que as quantidades de microrganismos A e B se igualem, devemos considerar a seguinte equação:

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

$$3^{2t} + 7 = 18 \cdot 3^{t-2} + 10$$

$$3^{2t} - 18 \cdot \frac{3^t}{9} - 3 = 0$$

$$(3^t)^2 - 2 \cdot 3^t - 3 = 0$$

$$3^t = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \boxed{3^t = 3} \text{ ou } 3^t = -1 \text{ (n/c)}$$

$$\therefore \boxed{t = 1}$$

Logo, a população A, quando se inicia a competição, será:

$$A(1) = 3^{2 \cdot 1} + 7$$

$$\boxed{A(1) = 16}$$

Resposta da questão 12:

[D]

Tem-se que $Q_A(t) = 100 \cdot 2^{-\frac{t}{20}}$ e $Q_B(t) = 100 \cdot 2^{-\frac{t}{15}}$. Logo, se $t = 5 \cdot 24 = 120$ h, então

$$\begin{aligned} \frac{Q_A(120)}{Q_B(120)} &= \frac{100 \cdot 2^{-\frac{120}{20}}}{100 \cdot 2^{-\frac{120}{15}}} \\ &= \frac{2^{-6}}{2^{-8}} \\ &= 4. \end{aligned}$$

Resposta da questão 13:

[B]

Tem-se que

$$f_i(5) = k \cdot 4^{5+p} \Leftrightarrow 15 = k \cdot 4^{5+p}.$$

Portanto, após a correção, temos

$$\begin{aligned} f(5) &= k \cdot 4^{5+p+3} \\ &= k \cdot 4^{5+p} \cdot 4^3 \\ &= 15 \cdot 64 \\ &= 960. \end{aligned}$$

Resposta da questão 14:

[A]

Calculando:

LISTA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL

$$f(x) = a \cdot 3^x + b$$

$$f(0) = -1 \rightarrow a \cdot 3^0 + b = -1 \rightarrow a + b = -1 \rightarrow b = -1 - a$$

$$f(2) = 8 \rightarrow a \cdot 3^2 + b = 8 \rightarrow 9a + b = 8 \rightarrow 9a - 1 - a = 8 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{9}{8} \\ b = -\frac{17}{8} \end{array} \right\} \rightarrow a \cdot b = \frac{-153}{64} \in [-4, -1[$$

Resposta da questão 15:

[A]

Como a imagem inicia-se em -1, concluímos que $a = -1$;

Logo, $f(x) = -1 + 2^{x+c}$

Como $f(1) = 0$, temos $0 = -1 + 2^{b \cdot 1 + c} \Leftrightarrow 2^{b+c} = 2^0 \Leftrightarrow b + c = 0$

Como $f(0) = -\frac{3}{4}$, temos $-\frac{3}{4} = -1 + 2^c \Leftrightarrow 2^c = \frac{1}{4} \Leftrightarrow c = -2$ e $b = 2$

Logo, $a \cdot b \cdot c = -1 \cdot 2 \cdot (-2) = 4$