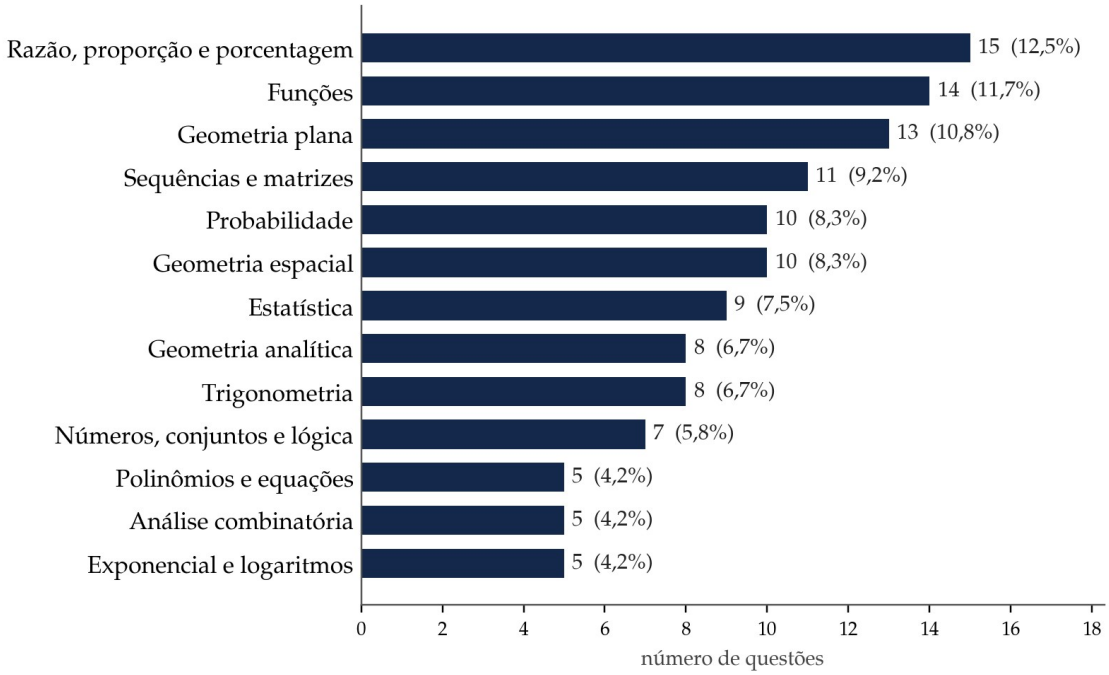
Matemática discursiva · Preparação UERJ

Exame discursivo · 10 questões · nível difícil

PROF. YURI POLITANO

Assuntos mais frequentes na discursiva da UERJ

Exame Discursivo de Matemática · Vestibular Estadual 2012 a 2020 e 2024 a 2026 · 120 questões

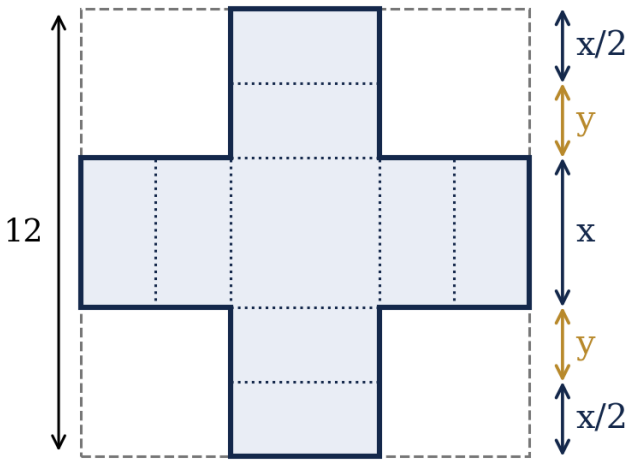


Como foi feito: cada questão conta uma vez, pelo assunto principal exigido na resolução (quando a questão mistura temas, vale o que ela pede no final). Entraram as 12 provas de Matemática do Exame Discursivo publicadas pela UERJ de 2012 a 2020 e de 2024 a 2026, com 10 questões cada. De 2021 a 2023 o vestibular teve fase única, com questões objetivas e redação, sem prova discursiva de Matemática. Provas anteriores a 2012 não estão no portal oficial.

Fonte: provas oficiais do Exame Discursivo, Portal do Vestibular da UERJ (vestibular.uerj.br); contagem e classificação por assunto: Prof. Yuri Politano.

QUESTÃO 1 *Funções polinomiais (valor máximo)* *UERJ 2017 · Q10*

Para construir uma caixa com a forma de um paralelepípedo retângulo, foi usado um quadrado de cartolina de 12 cm de lado. Nessa cartolina, recortou-se um dodecágono com quatro lados medindo x cm e oito lados medindo $(x/2 + y)$ cm. A caixa tem altura y e sua base é um quadrado de lado x. Observe a planificação:



Sabe-se que o gráfico de uma função polinomial de variável real definida por $P(x) = -x^3 + ax^2$, sendo a um número real positivo, tem, para $x > 0$, valor máximo em $x_1 = 2a/3$.

Com base nessas informações, calcule o maior volume que essa caixa pode assumir.

QUESTÃO 2 *Funções (equação funcional)* *Clássico*

Seja f uma função definida para todo número real x diferente de zero, tal que, para todo $x \neq 0$,

$f(x) + 2 \cdot f(1/x) = x$

Calcule f(2) e, em seguida, determine a expressão de f(x).

QUESTÃO 3 *Probabilidade* *Clássico*

Uma moeda honesta é lançada 7 vezes seguidas. Calcule a probabilidade de que, nesses 7 lançamentos, nunca saiam duas caras consecutivas.

QUESTÃO 4 *Divisibilidade e restos* *UERJ 2013 · Q8*

Um professor propõe a um aluno uma tarefa de matemática composta das etapas descritas a seguir.

1ª Escrever o número de quatro algarismos da data de seu aniversário, dois referentes ao dia e dois referentes ao mês.

2ª Misturar os quatro algarismos desse número formando um número N, de modo que a ordem das unidades de milhar não seja ocupada por zero.

3ª Subtrair 1001 do número N, tantas vezes quantas forem necessárias, até obter o primeiro valor menor do que 1001.

4ª Informar ao professor o valor obtido na 3ª etapa.

5ª Calcular o resto R da divisão do número N, obtido na 2ª etapa, por 11.

O professor consegue determinar o valor de R sem conhecer o valor de N. Sabendo que o valor obtido na 3ª etapa foi 204, determine R.

QUESTÃO 5 *Logaritmos* *UERJ 2015 · Q6*

Ao digitar corretamente a expressão $\log_{10}(-2)$ em uma calculadora, o retorno obtido no visor corresponde a uma mensagem de erro, uma vez que esse logaritmo não é um número real.

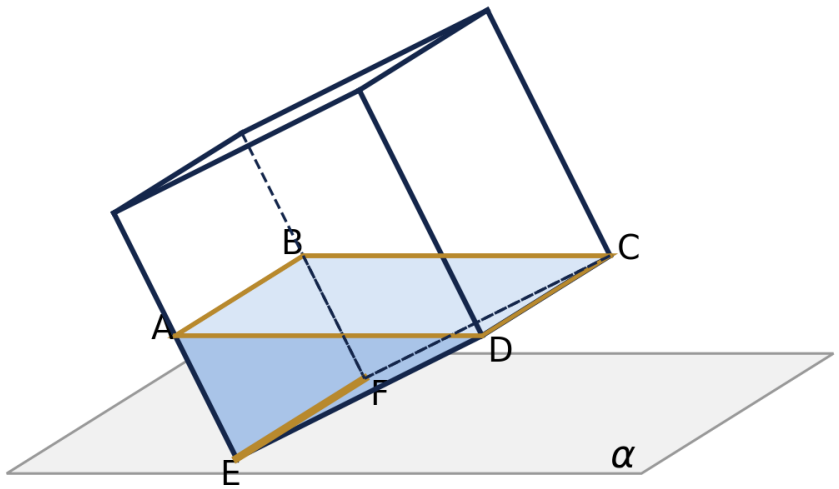
Determine todos os valores reais de x para que o valor da expressão $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$ seja um número real.

QUESTÃO 6 *Geometria espacial (cubo)* *UERJ 2015 · Q4*

Um cubo de aresta EF medindo 8 dm contém água e está apoiado sobre um plano α de modo que apenas a aresta EF esteja contida nesse plano. A figura representa o cubo em perspectiva, com a água em azul.

Considere que a superfície livre do líquido no interior do cubo seja um retângulo ABCD com área igual a $32\sqrt{5}$ dm².

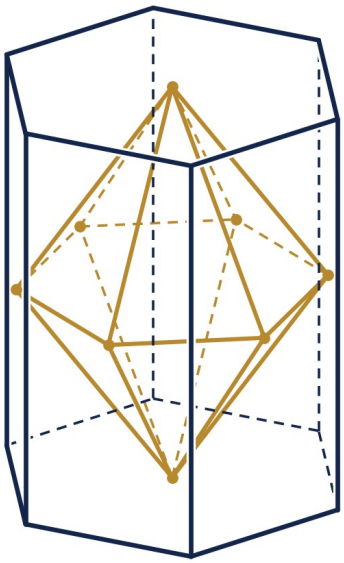
Determine o volume total, em dm³, de água contida nesse cubo.



QUESTÃO 7 *Geometria espacial (prismas e pirâmides)* *UERJ 2013 · Q10*

Um cristal com a forma de um prisma hexagonal regular, após ser cortado e polido, deu origem a um sólido de 12 faces triangulares congruentes. Os vértices desse poliedro são os centros das faces do prisma, conforme representado na figura.

Calcule a razão entre os volumes do sólido e do prisma.



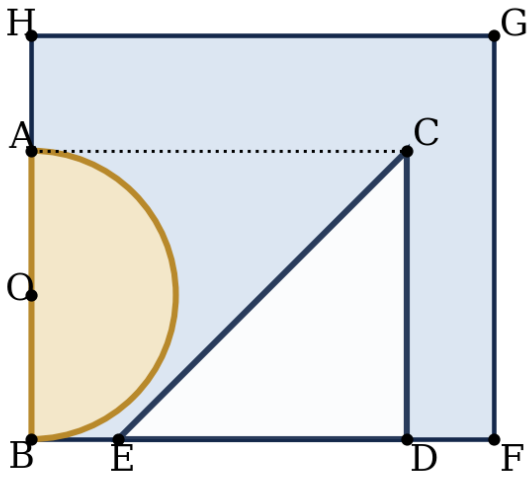
QUESTÃO 8 *Geometria plana (distâncias)* *UERJ 2012 · Q10*

A figura representa a superfície plana de uma mesa retangular BFGH na qual estão apoiados os seguintes instrumentos para desenho geométrico, ambos de espessuras desprezíveis:

- um transferidor com a forma de um semicírculo de centro O e diâmetro AB;
- um esquadro CDE, com a forma de um triângulo retângulo isósceles (reto em D).

Considere as informações: ED está contido em BF; OA está contido em BH; AB = 10 cm; BD = 13 cm. Na figura, os pontos A e C estão na mesma reta paralela a BF (linha pontilhada).

Calcule a medida, em centímetros, do menor segmento que liga a borda do transferidor à borda do esquadro.



QUESTÃO 9 *Geometria plana (quadrado)* *Clássico*

Um ponto P está no interior de um quadrado ABCD. Sabe-se que PA = 3 cm, PB = 4 cm e PC = 5 cm.

Calcule a medida de PD.

QUESTÃO 10 *Geometria plana (arcos e tangentes)* *UERJ 2015 · Q7*

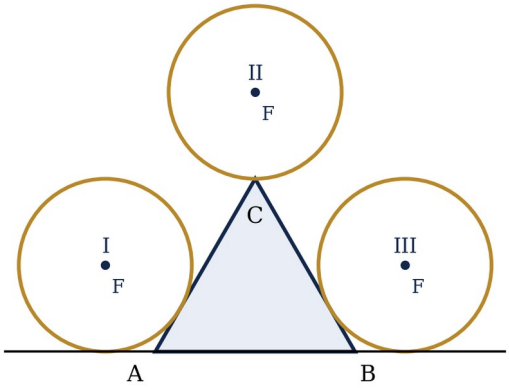
Um tubo cilíndrico cuja base tem centro F e raio r rola sem deslizar sobre um obstáculo com a forma de um prisma triangular regular. As vistas das bases do cilindro e do prisma são mostradas em três etapas desse movimento, I, II e III, na figura (o tubo parte apoiado no chão e tangente ao lado AC, passa pelo vértice C e termina apoiado no chão e tangente ao lado CB).

Admita que:

• as medidas do diâmetro do círculo de centro F e da altura do triângulo ABC são, respectivamente, iguais a $2\sqrt{3}$ decímetros;

• durante todo o percurso, o círculo e o triângulo sempre se tangenciam.

Determine o comprimento total, em decímetros, do caminho descrito pelo centro F do círculo que representa a base do cilindro.



GABARITO

1. 32 cm³ (x = 4 cm e y = 2 cm)

2. f(2) = −1/3 ; f(x) = (2 − x²) / (3x)

3. 17/64

4. R = 6

5. 0 < x < 0,1

6. 128 dm³

7. 1/4

8. $(4\sqrt{2} - 5)$ cm

9. $3\sqrt{2}$ cm

10. $(18 + 2\pi\sqrt{3})/3$ dm