

PROBABILIDADE

ENEM 2023, 2024 E 2025

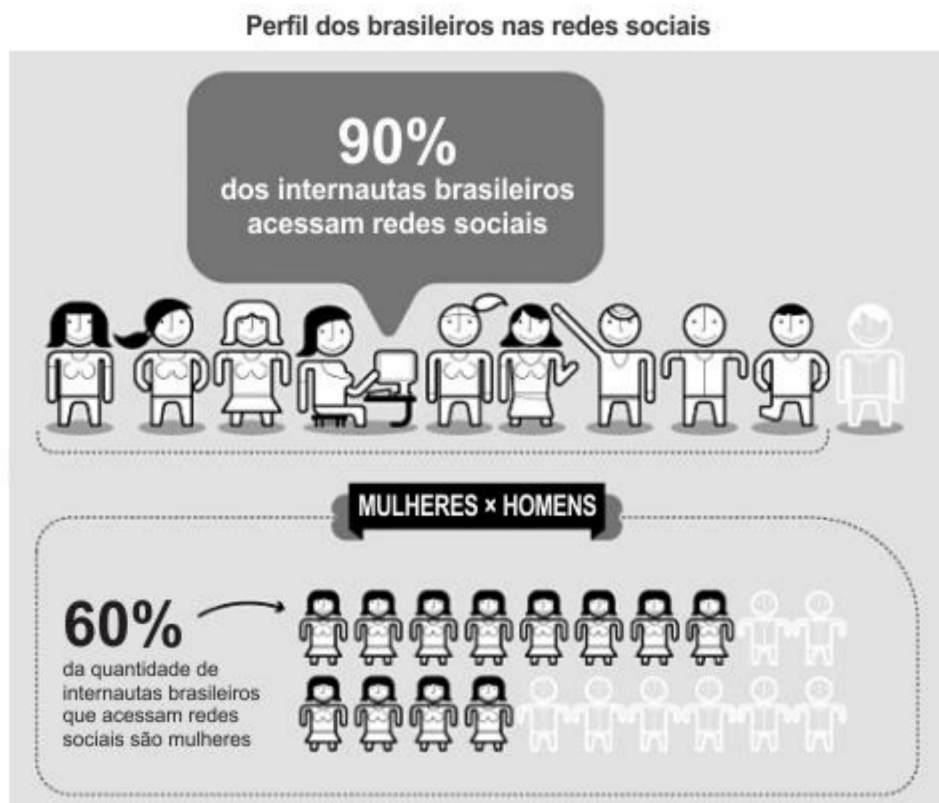
16 questões com gabarito comentado

ENEM e aplicações especiais

PROF. YURI POLITANO

POLITANO APROVA

1. (Enem 2025) A reportagem de uma revista abordou o uso de redes sociais pelos internautas brasileiros. Alguns dos dados apurados pela reportagem estão apresentados no infográfico.



Disponível em: <http://revistagalileu.globo.com>. Acesso em: 22 out. 2015 (adaptado).

Segundo os dados do infográfico, ao se escolher aleatoriamente um internauta brasileiro no período ao qual se refere a reportagem, a probabilidade de ele ser um homem que acessa alguma rede social é

- a) $\frac{30}{90}$
- b) $\frac{36}{100}$
- c) $\frac{40}{100}$
- d) $\frac{40}{90}$
- e) $\frac{46}{90}$

2. (Enem 2025) Três dados cúbicos, com faces numeradas de 1 a 6, foram utilizados em um jogo. Artur escolheu dois dados, e João ficou com o terceiro. O jogo consiste em ambos lançarem seus dados, observarem os números nas faces voltadas para cima e compararem o maior número obtido por Artur com o número obtido por João. Vence o jogador que obtiver o maior número. Em caso de empate, a vitória é de João.

O jogador que tem a maior probabilidade de vitória é

- a) Artur, com probabilidade de $\frac{2}{3}$
- b) João, com probabilidade de $\frac{4}{9}$
- c) Artur, com probabilidade de $\frac{91}{216}$
- d) João, com probabilidade de $\frac{91}{216}$
- e) Artur, com probabilidade de $\frac{125}{216}$

3. (Enem 2025) Quatro candidatos se apresentaram para realizar a prova de um concurso. Antes de iniciar a prova, os celulares dos quatro candidatos foram recolhidos pelo aplicador, que os guardou, cada um, dentro de um envelope preto. Ao término da prova, o aplicador devolveu os quatro envelopes com os celulares aos quatro candidatos, de maneira aleatória, já que não havia feito a identificação dos envelopes.

A probabilidade de que todos os candidatos tenham recebido de volta os envelopes com os seus respectivos celulares é

- a) $\frac{1}{2}$.
- b) $\frac{1}{10}$.
- c) $\frac{1}{16}$.
- d) $\frac{1}{24}$.
- e) $\frac{1}{256}$.

4. (Enem Reaplicação COP 30 (PA)) Uma vacina foi testada em um grupo formado por 15 mulheres e 15 homens. Em testes clínicos realizados ao longo de vários anos, a vacina mostrou-se capaz de imunizar 80% das mulheres e 60% dos homens contra uma doença.

Um repórter, pretendendo fazer uma entrevista com uma das pessoas desse grupo, obteve uma listagem com os 30 números de telefone dessas pessoas, porém sem os respectivos nomes. Ele escolheu aleatoriamente um desses números e ligou para agendar a entrevista.

A probabilidade de que a pessoa para a qual o repórter telefonou seja um homem ou uma pessoa que tenha adquirido imunidade a essa doença com o uso da vacina é

- a) $\frac{1}{20}$
- b) $\frac{3}{10}$
- c) $\frac{7}{10}$
- d) $\frac{8}{10}$
- e) $\frac{9}{10}$

5. (Enem PPL 2025) Uma loja de artigos esportivos fez a seguinte promoção: para cada compra com valor superior a R\$ 500,00 realizada na loja, o cliente retira aleatoriamente uma única ficha de uma urna para receber um brinde. A urna contém 20 fichas brancas, 30 azuis e 50 vermelhas, todas com igual probabilidade de serem retiradas.

O gerente dessa loja acrescentará algumas fichas brancas a essa urna, de modo que a probabilidade de a primeira ficha retirada ser branca seja superior a 50%.

Qual é a quantidade mínima de fichas brancas que ele acrescentará à urna?

- a) 81.
- b) 61.
- c) 41.
- d) 31.
- e) 21.

6. (Enem PPL 2025) Paulo esqueceu a senha de acesso à sua conta bancária. Ele se lembra apenas de que sua senha é uma das possíveis permutações da palavra DETETIVE que se iniciam pela letra D. O sistema do banco permite que ele faça até quatro tentativas antes de bloquear o acesso, e Paulo não digitará uma mesma combinação de letras duas vezes.

A probabilidade de Paulo acessar sua conta, sem bloqueá-la, é

- a) $\frac{1}{105}$.
- b) $\frac{1}{420}$.
- c) $\frac{1}{840}$.
- d) $\frac{1}{1260}$.
- e) $\frac{1}{10.080}$.

7. (Enem PPL 2025) Na bolsa de Paula, há uma cédula de R\$ 2,00, duas de R\$ 5,00, duas de R\$ 10,00, uma de R\$ 20,00, duas de R\$ 50,00 e quatro moedas: uma de R\$ 0,10, uma de R\$ 0,25, uma de R\$ 0,50 e uma de R\$ 1,00. Paula deseja pagar uma despesa de R\$ 10,75 e, para isso, retira de sua bolsa, sem olhar, uma cédula juntamente com duas moedas.

Qual é a probabilidade de Paula retirar exatamente o valor de sua despesa?

- a) $\frac{1}{48}$.
- b) $\frac{1}{24}$.
- c) $\frac{1}{16}$.
- d) $\frac{5}{12}$.
- e) $\frac{1}{4}$.

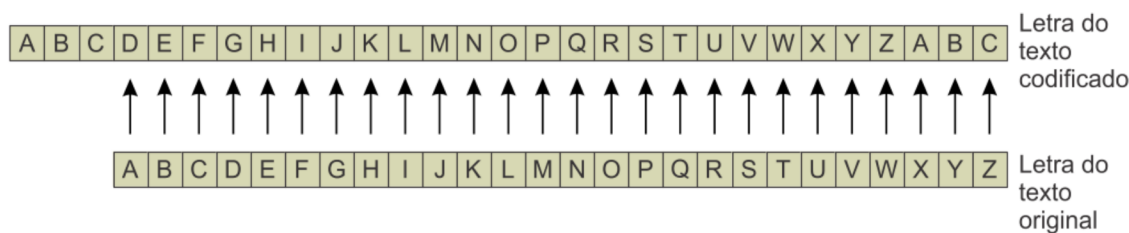
8. (Enem 2024) Para melhorar o fluxo de ônibus em uma avenida que tem dois semáforos, a prefeitura reduzirá o tempo em que cada sinal ficará vermelho, que atualmente é de 15 segundos a cada 60 segundos. Admita que o instante de chegada de um ônibus a cada semáforo é aleatório.

O engenheiro de tráfego da prefeitura calculou a probabilidade de um ônibus encontrar cada um deles vermelho, obtendo $\frac{15}{60}$. A partir daí, estabeleceu uma mesma redução na quantidade do tempo, em segundo, em que cada sinal ficará vermelho, de maneira que a probabilidade de um ônibus encontrar ambos os sinais vermelhos numa mesma viagem seja igual $\frac{4}{100}$, considerando os eventos independentes.

Para isso, a redução do tempo em que o sinal ficará vermelho, em segundo, estabelecida pelo engenheiro foi de

- a) 1,35.
- b) 3,00.
- c) 9,00.
- d) 12,60.
- e) 13,80.

9. (Enem 2024) A criptografia refere-se à construção e análise de protocolos que impedem terceiros de lerem mensagens privadas. Júlio César, imperador romano, utilizava um código para proteger as mensagens enviadas a seus generais. Assim, se a mensagem caísse em mãos inimigas, a informação não poderia ser compreendida. Nesse código, cada letra do alfabeto era substituída pela letra três posições à frente, ou seja, o “A” era substituído pelo “D”, o “B” pelo “E”, o “C” pelo “F”, e assim sucessivamente.



Disponível em: www.codifica.ibict.br. Acesso em: 15 out. 2019.

Qualquer código que tenha um padrão de substituição de letras como o descrito é considerado uma Cifra de César ou um Código de César. Note que, para decifrar uma Cifra de César, basta descobrir por qual letra o “A” foi substituído, pois isso define todas as demais substituições a serem feitas.

Uma mensagem, em um alfabeto de 26 letras, foi codificada usando uma Cifra de César. Considere a probabilidade de se descobrir, aleatoriamente, o padrão utilizado nessa codificação, e que uma tentativa frustrada deverá ser eliminada nas tentativas seguintes.

A probabilidade de se descobrir o padrão dessa Cifra de César apenas na terceira tentativa é dada por

- a) $\frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25}$
- b) $\frac{24}{25} + \frac{23}{24} + \frac{1}{23}$
- c) $\frac{1}{25} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{23}$
- d) $\frac{24}{25} \times \frac{23}{25} \times \frac{1}{25}$
- e) $\frac{24}{25} \times \frac{23}{24} \times \frac{1}{23}$

10. (Enem PPL 2024) Uma empresa com 425 funcionários resolve sortear, numa festa comemorativa, uma bicicleta entre os funcionários que têm filhos. Dos seus 425 funcionários, 68 não têm filhos, 153 têm um filho, 119 têm dois filhos e o restante tem mais de dois filhos. Cartões, com um único número impresso, serão distribuídos a funcionários que têm, pelo menos, um filho. Cada funcionário receberá, no máximo, um desses cartões.

A probabilidade de a bicicleta ser sorteada para um funcionário que tenha exatamente dois filhos é

- a) $\frac{357}{425}$
- b) $\frac{238}{425}$
- c) $\frac{119}{425}$
- d) $\frac{119}{357}$
- e) $\frac{1}{119}$

11. (Enem 2023) Visando atrair mais clientes, o gerente de uma loja anunciou uma promoção em que cada cliente que realizar uma compra pode ganhar um voucher para ser usado em sua próxima compra. Para ganhar seu voucher, o cliente precisa retirar, ao acaso, uma bolinha de dentro de cada uma das duas urnas A e B disponibilizadas pelo gerente, nas quais há apenas bolinhas pretas e brancas.

Atualmente, a probabilidade de se escolher, ao acaso, uma bolinha preta na urna A é igual a 20% e a probabilidade de se escolher uma bolinha preta na urna B é 25%. Ganha o voucher o cliente que retirar duas bolinhas pretas, uma de cada urna.

Com o passar dos dias, o gerente percebeu que, para a promoção ser viável aos negócios, era preciso alterar a probabilidade de acerto do cliente sem alterar a regra da promoção. Para isso, resolveu alterar a quantidade de bolinhas brancas na urna B de forma que a probabilidade de um cliente ganhar o voucher passasse a ser menor ou igual a 1%. Sabe-se que a urna B tem 4 bolinhas pretas e que, em ambas as urnas, todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas.

Qual é o número mínimo de bolinhas brancas que o gerente deve adicionar à urna B?

- a) 20.
- b) 60.
- c) 64.
- d) 68.
- e) 80.

12. (Enem 2023) Em um colégio público, a admissão no primeiro ano se dá por sorteio. Neste ano há 55 candidatos, cujas inscrições são numeradas de 01 a 55. O sorteio de cada número de inscrição será realizado em etapas, utilizando-se duas urnas. Da primeira urna será sorteada uma bola, dentre bolas numeradas de 0 a 9, que representará o algarismo das unidades do número de inscrição a ser sorteado e, em seguida, da segunda urna, será sorteada uma bola para representar o algarismo das dezenas desse número. Depois do primeiro sorteio, e antes de se sortear o algarismo das dezenas, as bolas que estarão presentes na segunda urna serão apenas aquelas cujos números formam, como algarismo já sorteado, um número de 01 a 55.

As probabilidades de os candidatos de inscrição número 50 e 02 serem sorteados são, respectivamente,

- a) $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{60}$
- b) $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{50}$
- c) $\frac{1}{50}$ e $\frac{1}{10}$
- d) $\frac{1}{55}$ e $\frac{1}{54}$
- e) $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{100}$

13. (Enem 2023) Ao realizar o cadastro em um aplicativo de investimentos, foi solicitado ao usuário que criasse uma senha, sendo permitido o uso somente dos seguintes caracteres:

algarismos de 0 a 9;

26 letras minúsculas do alfabeto;

26 letras maiúsculas do alfabeto;

6 caracteres especiais 1, @, #, \$, *, &.

Três tipos de estruturas para senha foram apresentadas ao usuário:

- tipo I: formada por quaisquer quatro caracteres distintos, escolhidos dentre os permitidos;
- tipo II: formada por cinco caracteres distintos, iniciando por três letras, seguidas por um algarismo e, ao final, um caractere especial;
- tipo III: formada por seis caracteres distintos, iniciando por duas letras, seguidas por dois algarismos e, ao final, dois caracteres especiais.

Considere p_1 , p_2 e p_3 as probabilidades de se descobrirem ao acaso, na primeira tentativa, as senhas dos tipos I, II e III, respectivamente.

Nessas condições, o tipo de senha que apresenta a menor probabilidade de ser descoberta ao acaso, na primeira tentativa, é o

- a) tipo I, pois $p_1 < p_2 < p_3$.
- b) tipo I, pois tem menor quantidade de caracteres.
- c) tipo II, pois tem maior quantidade de letras.
- d) tipo III, pois $p_3 < p_2 < p_1$.
- e) tipo III, pois tem maior quantidade de caracteres.

14. (Enem 2023) No alojamento de uma universidade, há alguns quartos com o padrão superior ao dos demais. Um desses quartos ficou disponível, e muitos estudantes se candidataram para morar no local. Para escolher quem ficará com o quarto, um sorteio será realizado. Para esse sorteio, cartões individuais com os nomes de todos os estudantes inscritos serão depositados em uma urna, sendo que, para cada estudante de primeiro ano, será depositado um único cartão com seu nome; para cada estudante de segundo ano, dois cartões com seu nome; e, para cada estudante de terceiro ano, três cartões com seu nome. Foram inscritos 200 estudantes de primeiro ano, 150 de segundo ano e 100 de terceiro ano. Todos os cartões têm a mesma probabilidade de serem sorteados.

Qual a probabilidade de o vencedor do sorteio ser um estudante de terceiro ano?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{8}$
- d) $\frac{2}{9}$
- e) $\frac{3}{8}$

15. (Enem PPL 2023) Um funcionário de uma loja de computadores misturou, por descuido, três computadores defeituosos com sete computadores perfeitos que estavam no estoque. Uma pequena empresa fez a compra de cinco computadores nessa loja, escolhendo-os aleatoriamente dentre os dez que estavam no estoque.

Qual é a probabilidade de essa empresa ter levado, em sua compra, todos os três computadores defeituosos?

- a) $\frac{1}{72}$
- b) $\frac{1}{12}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{3}{10}$
- e) $\frac{3}{7}$

16. (Enem PPL 2023) Após uma reforma, um clube decide comprar duchas para serem instaladas no vestiário. O tipo de ducha escolhida, segundo o fabricante, tem probabilidade igual a $\frac{1}{10}$ de apresentar funcionamento irregular. O administrador do clube planeja adquirir uma certa quantidade dessas duchas, de forma que a probabilidade de que pelo menos uma das duchas adquiridas apresente funcionamento regular seja igual a, no mínimo, $\frac{99}{100}$.

A quantidade mínima de duchas que deverá ser adquirida para atender ao planejamento desse administrador é

- a) 2.
- b) 8.
- c) 9.
- d) 10.
- e) 11.

Resposta da questão 1:

[B]

A probabilidade pedida equivale a 40% (pois 60% são mulheres) dos 90% de usuários das redes sociais. Logo:

$$P = \frac{40}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{36}{100}$$

Resposta da questão 2:

[E]

Da tabela abaixo, obtemos o número de casos que dão vitória a João:

Número sorteado por João	Números sorteados por Artur que dão vitória a João	Quantidade de casos
1	(1, 1)	1
2	(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)	4
3	(1, 2), (1, 3), (2, 3), ..., (3, 3)	9
4	(1, 2), (1, 3), (1, 4), ..., (4, 4)	16
5	(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), ..., (5, 5)	25
6	(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), ..., (6, 6)	36
Total		91

Total de casos possíveis:

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

Probabilidade de vitória de João:

$$\frac{91}{216}$$

Probabilidade de vitória de Artur:

$$1 - \frac{91}{216} = \frac{125}{216}$$

Portanto, Artur tem maior probabilidade de vitória.

Resposta da questão 3:

[D]

A probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{24}$$

Resposta da questão 4:

[E]

Sendo:

 $P(H)$ – Probabilidade de selecionar um homem; $P(I)$ – Probabilidade de selecionar alguém imune;

A probabilidade pedida é dada por:

$$\begin{aligned}
 P(H \cup I) &= P(H) + P(I) - P(H \cap I) \\
 P(H \cup I) &= \frac{15}{30} + \frac{0,8 \cdot 15 + 0,6 \cdot 15}{30} - \frac{0,6 \cdot 15}{30} \\
 \therefore P(H \cup I) &= \frac{9}{10}
 \end{aligned}$$

Resposta da questão 5:

[B]

Para que a probabilidade de sair uma ficha branca seja superior a 50%, a quantidade x de fichas brancas a serem inseridas é de

$$\begin{aligned}
 \frac{20 + x}{20 + x + 30 + 50} &> 0,5 \\
 20 + x &> 0,5x + 50 \\
 0,5x &> 30 \\
 x &> 60
 \end{aligned}$$

Ou seja, devem ser inseridas no mínimo 61 fichas brancas.

Resposta da questão 6:

[A]

Fixando a letra D na primeira posição, sobram 7 letras com 3 repetições da letra E e 2 repetições da letra T. Sendo assim, o número de anagramas possíveis é:

$$\frac{7!}{3! 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 420$$

Como ele tem até 4 tentativas, a probabilidade de sucesso é dada por:

$$\frac{1}{420} + \frac{419}{420} \cdot \frac{1}{419} + \frac{419}{420} \cdot \frac{418}{419} \cdot \frac{1}{418} + \frac{419}{420} \cdot \frac{418}{419} \cdot \frac{417}{418} \cdot \frac{1}{417} = \frac{4}{420} = \frac{1}{105}$$

$\underbrace{\quad}_{1^{\text{a}}}$
 $\underbrace{\quad}_{2^{\text{a}}}$
 $\underbrace{\quad}_{3^{\text{a}}}$
 $\underbrace{\quad}_{4^{\text{a}}}$

Resposta da questão 7:

[B]

Para que o montante de uma cédula com duas moedas resulte em R\$ 10,75, Paula deve retirar necessariamente uma cédula de R\$ 10,00, uma moeda de R\$ 0,50 e outra moeda de R\$ 0,25.

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \cdot & 2 & \cdot & 1 \\ \text{R\$10,00} & & \text{R\$0,50/} & & \text{R\$0,25/} \\ & & \text{R\$0,25} & & \text{R\$0,50} \end{array} = 4$$

E o total de combinações possíveis para a retirada é de:

$$\begin{array}{ccccc} 8 & \cdot & 4 & \cdot & 3 \\ \text{cédula} & & \text{1ª moeda} & & \text{2ª moeda} \end{array} = 96$$

Portanto, a probabilidade pedida vale:

$$P = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$$

Resposta da questão 8:

[B]

Sendo x a redução de tempo, em segundos, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{15-x}{60} \cdot \frac{15-x}{60} &= \frac{4}{100} \\ \left(\frac{15-x}{60}\right)^2 &= \frac{4}{100} \\ \sqrt{\frac{15-x}{60}} &= \sqrt{\frac{4}{100}} \\ \frac{15-x}{60} &= \frac{2}{10} \\ 15-x &= 12 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

Resposta da questão 9:

[E]

Probabilidade de errar a primeira tentativa (24 dentre 25 possibilidades):

$$P_1 = \frac{24}{25}$$

Probabilidade de errar a segunda tentativa (23 dentre 24 possibilidades):

$$P_2 = \frac{23}{24}$$

Probabilidade de acertar a terceira tentativa (1 dentre 23 possibilidades):

$$P_3 = \frac{1}{23}$$

Logo, a probabilidade procurada vale:

$$P = \frac{24}{25} \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{1}{23}$$

Resposta da questão 10:

[D]

Como há 119 funcionários com 2 filhos dentre um total de $425 - 68 = 357$ funcionários com filhos, a probabilidade procurada vale:

$$P = \frac{119}{357}$$

Resposta da questão 11:

[C]

Como a urna B possui 4 bolinhas pretas e a probabilidade de retirar uma bolinha preta é de 25%, a quantidade de bolinhas brancas nesta urna é de:

$$\begin{aligned}\frac{4}{4+b} &= 0,25 \\ 4+b &= 16 \\ b &= 12\end{aligned}$$

Para que a probabilidade de se retirar 1 bolinha preta em cada urna seja menor ou igual a 1%, o número x de bolinhas brancas a serem inseridas na urna B deve ser:

$$\begin{aligned}P(A) \cdot P(B) &\leq 0,01 \\ 0,2 \cdot \frac{4}{16+x} &\leq 0,01 \\ \frac{4}{16+x} &\leq 0,05 \\ 0,8 + 0,05x &\geq 4 \\ 0,05x &\geq 3,2 \\ x &\geq 64\end{aligned}$$

Ou seja, é necessário inserir no mínimo 64 bolinhas brancas na urna B.

Resposta da questão 12:

[A]

Para que o número 50 seja sorteado, o primeiro número retirado deve ser o 0, e a probabilidade de que isso ocorra é de $\frac{1}{10}$. Após a retirada do 0, restam na segunda urna os números 1, 2, 3, 4 e 5. Sendo assim, a probabilidade de que o segundo número sorteado seja o 5 vale $\frac{1}{5}$. Logo, a probabilidade do número 50 ser sorteado é de $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$.

Analogamente, para que o número 02 seja sorteado, o primeiro número retirado deve ser o 2, e a probabilidade de que isso ocorra é de $\frac{1}{10}$. Após a retirada do 2, restam na segunda urna os números 0, 1, 2, 3, 4 e 5. Sendo assim, a probabilidade de que o segundo número sorteado seja o 0 vale $\frac{1}{6}$. Logo, a probabilidade do número 02 ser sorteado é de $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{60}$.

Resposta da questão 13:

[A]

As probabilidades são dadas por:

$$p_1 = \frac{1}{68 \cdot 67 \cdot 66 \cdot 65}$$
$$p_2 = \frac{1}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 6}$$
$$p_3 = \frac{1}{52 \cdot 51 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 5}$$

Comparando os denominadores, concluímos que $p_1 < p_2 < p_3$. Logo, o tipo de senha que apresenta a menor probabilidade de ser descoberta ao acaso, na primeira tentativa, é do tipo I.

Resposta da questão 14:

[E]

Quantidade de cartões de estudantes do terceiro ano:

$$100 \cdot 3 = 300$$

Quantidade total de cartões depositados:

$$200 + 150 \cdot 2 + 100 \cdot 3 = 800$$

Logo, a probabilidade pedida vale:

$$\frac{300}{800} = \frac{3}{8}$$

Resposta da questão 15:

[B]

O número de maneiras de permutarmos 3 computadores defeituosos e 2 computadores perfeitos vale:

$$\frac{5!}{3! 2!} = 10$$

E a probabilidade de escolhermos 3 computadores defeituosos dentre os 5 computadores comprados (dentre os 10 disponíveis) é igual a:

$$\frac{\underset{\text{def}}{3}}{10} \cdot \frac{\underset{\text{def}}{2}}{9} \cdot \frac{\underset{\text{def}}{1}}{8} \cdot \frac{\underset{\text{perf}}{7}}{7} \cdot \frac{\underset{\text{perf}}{6}}{6} \cdot 10 = \frac{1}{12}$$

Resposta da questão 16:

[A]

Se forem compradas n duchas, a probabilidade de que nenhuma funcione regularmente é dada por:

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \underset{\text{...}}{\dots} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10^n}$$

Dessa forma, devemos ter:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{10^n} &\geq \frac{99}{100} \\ \frac{1}{100} &\geq \frac{1}{10^n} \\ 10^2 &\leq 10^n \\ n &\geq 2 \end{aligned}$$

Portanto, devem ser adquiridas no mínimo 2 duchas.