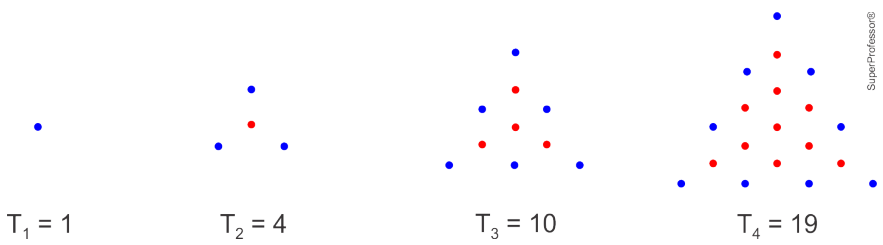
RETA FINAL ENEM 2026- LISTA - 01

Vestibulares · 15 questões · com gabarito comentado

Prof. Yuri Politano

1. Números poligonais centrados são números gerados a partir de um ponto central, como, por exemplo, os números triangulares centrados, cujos quatro primeiros números estão ilustrados a seguir:



Em relação a esses números, é correto afirmar:

a) Sabendo que $T_{100} = 14851$, tem-se que $T_{101} = 15051$.

b) A diferença entre dois números triangulares centrados consecutivos são termos de uma PA de primeiro termo 1 e razão 3.

c) 62 é o 7º número triangular centrado e 83 é o 8º número triangular centrado.

d) Todo número triangular centrado, T_n, $n > 1$, quando dividido por 3, tem resto igual a 1.

e) A diferença entre dois números triangulares centrados consecutivos são termos de uma PG de primeiro termo 1 e razão 3.

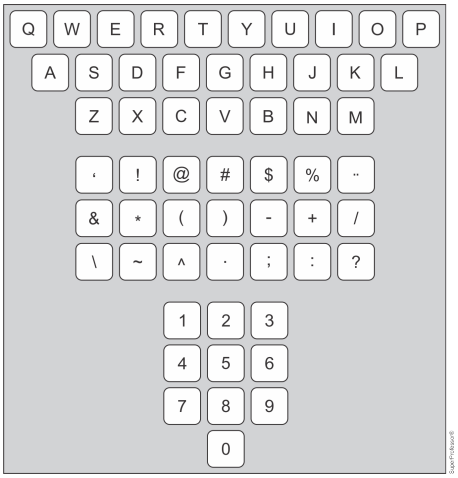
2. Para praticar seus conceitos de aritmética, Lúcio sorteia, sem reposição, duas bolinhas de uma urna com bolinhas numeradas de 1 até 100 e calcula o máximo divisor comum dos números sorteados. Qual a probabilidade do máximo divisor comum ser um número ímpar?

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{50}{198}$
c) $\frac{100}{199}$
d) $\frac{149}{198}$

3. A Teoria dos Conjuntos, desenvolvida principalmente por Georg Cantor no final do século XIX, é considerada a base para quase todos os ramos da Matemática Moderna. Essa teoria eliminou o axioma de que "o todo é maior que a parte" ao tratar de conjuntos infinitos, permitindo que um conjunto infinito seja colocado em correspondência com uma de suas partes. É provado que o conjunto dos números primos (P) é infinito e que está em correspondência biunívoca com o conjunto dos números naturais apesar de o primeiro estar contido no segundo, $P \subset \mathbb{N}$. A segurança digital é baseada nos números primos e em sua infinitude. Um desafio na Matemática é verificar se um número é primo. Para números pequenos há vários critérios, um deles é o teste da raiz quadrada. O teste estabelece que se um número natural $n > 1$ não for divisível por nenhum número primo $p \leq \sqrt{n}$, então n é primo, caso contrário é composto. Sobre os números 487 e 391, considere as afirmativas a seguir.
I. Para todo $p \in \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $p \leq \sqrt{391}$.
II. O número 487 é primo, pois satisfaz o teste da raiz.
III. O conjunto $\{7, 13, 19\}$ contém todos os divisores de 487 e de 391.
IV. O número 391 é primo, pois satisfaz o teste da raiz.
Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

4. Para entrar em uma sala, exige-se o reconhecimento em um dispositivo de segurança. Esse dispositivo é capaz de reconhecer ou biometria facial ou digital do dedo indicador direito ou código de acesso digitado em um teclado como o desenho abaixo.



Os códigos digitados no teclado devem ter, obrigatoriamente, um bloco de 3 letras distintas, não importando sua ordem, um bloco de pares ordenados de algarismos distintos e, ainda, um símbolo. Considere os agrupamentos matemáticos de m elementos organizados de n em n, $\forall\, m \in \mathbb{N}^*$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ com $n \leq m$, denominados por: combinação $(C_{m,n})$, arranjo $(A_{m,n})$ e permutação (P_m).
Assinale a alternativa que contabiliza a quantidade de todas as possibilidades de entrar nessa sala.

a) $2 + P_3 \cdot C_{26,3} \cdot A_{10,2} \cdot C_{21,1}$

b) $2 + C_{26,3} \cdot A_{10,2} \cdot A_{21,1}$

c) $2 \cdot A_{26,3} \cdot A_{10,2} \cdot C_{21,1}$

d) $2 \cdot A_{26,3} \cdot A_{10,2} \cdot A_{21,1}$

5. Em certo ano, ao analisar os dados dos candidatos ao Concurso Vestibular para o Curso de Graduação em Administração, nas modalidades Administração de Empresas e Administração Pública, concluiu-se que

- 80% do número total de candidatos optaram pela modalidade Administração de Empresas
- 70% do número total de candidatos eram do sexo masculino
- 50% do número de candidatos à modalidade Administração Pública eram do sexo masculino
- 500 mulheres optaram pela modalidade Administração Pública

O número de candidatos do sexo masculino à modalidade Administração de Empresas foi

a) 4 000

b) 3 500

c) 3 000

d) 1 500

e) 1 000

6. Um grupo de N amigos decidiu comprar um presente para uma de suas professoras. O preço do presente é R$ 396,00 e será dividido em partes iguais entre eles. No dia de comprar o presente, um dos amigos desistiu de participar da compra, o que resultou em um aumento de R$ 3,00 na parte de cada um dos amigos que restou no grupo.
O número N de amigos no grupo original era igual a

a) 11
b) 18
c) 12
d) 9
e) 6

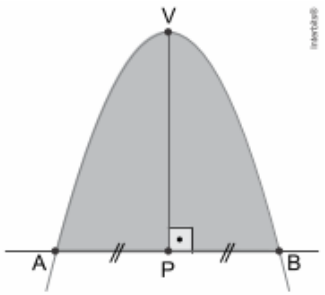
7. Sendo m e n números reais, a operação $m \bigstar n$ é definida como sendo igual a $2 - m - n$. Observe dois exemplos de uso dessa simbologia:

$7 \bigstar 5 = -10$	$\frac{1}{3} \bigstar -15 = 16,\overline{6}$

Se x é um número real tal que $x \bigstar -0{,}8\overline{3} = x$, então x é igual a

a) $\frac{7}{12}$
b) $\frac{106}{75}$
c) $\frac{17}{12}$
d) $\frac{71}{50}$
e) $\frac{142}{99}$

8. A área de um segmento parabólico, sombreado na figura a seguir, pode ser calculada por meio da fórmula $\frac{2\,PV \cdot AB}{3}$ sendo V o vértice da parábola.



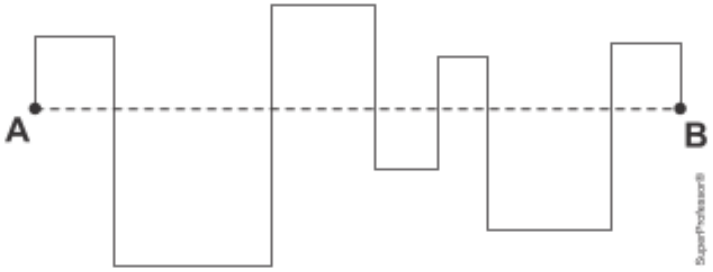
Sendo b um número real positivo, a parábola de equação $y = -0{,}5x^2 + bx$ determina, com o eixo x do plano cartesiano, um segmento parabólico de área igual a 18. Sendo assim, b é igual a

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

9. No Sistema de Amortização Constante (SAC), o valor da amortização da dívida é sempre o mesmo em todas as parcelas, e os juros são calculados sobre o saldo devedor antes do pagamento de cada parcela. Como o saldo devedor diminui a cada parcela paga, os juros e o valor total das parcelas diminuem progressivamente.
Geralmente, as parcelas são pagas mensalmente, com a primeira parcela paga 30 dias após a liberação do financiamento, a segunda parcela 60 dias depois, e assim sucessivamente.
Um cliente realizou um financiamento de R$ 9.000,00 para ser pago em 3 parcelas mensais, utilizando o sistema SAC, com taxa de juros de 2% ao mês sobre o saldo devedor. Considerando que a primeira parcela será paga 30 dias após a liberação do financiamento, qual será o valor da segunda parcela, paga 60 dias após a liberação?

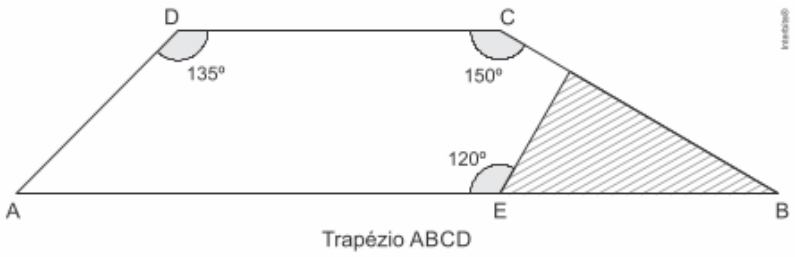
a) R$ 2.880,00
b) R$ 3.000,00
c) R$ 3.120,00
d) R$ 3.240,00
e) R$ 3.360,00

10. Ao passear pela cidade, em vez de pegar uma avenida em linha reta que liga os pontos A e B, João caminhou pelos quarteirões quadrados da cidade, conforme indicado na figura, percorrendo um total de 6 km. Qual é a distância, em linha reta, entre os pontos A e B?



a) 1,5 km
b) 2 km
c) 2,5 km
d) 3 km
e) 4 km

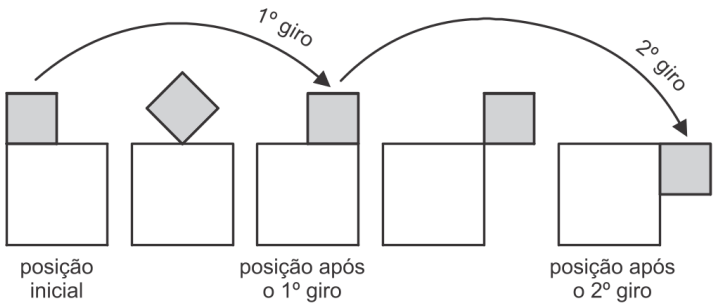
11. No trapézio $ABCD$, representado na figura abaixo, temos que $\overline{AE} = 60$ cm, $\overline{DC} = 40$ cm, e que $\overline{CE}$ é igual à altura do trapézio $ABCD$.



Com base nas informações, pode-se concluir que a área da região hachurada é igual a:

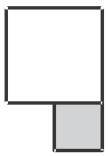
a) $100\sqrt{3}$
b) $300\sqrt{3}$
c) $\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$
d) $150\sqrt{3}$
e) $50\sqrt{3}$

12. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.

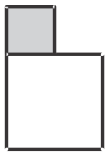


Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?

a)



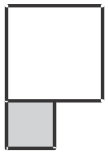
b)



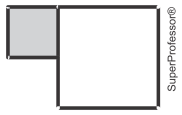
c)



d)



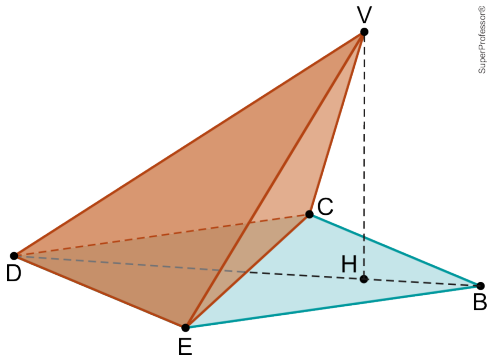
e)



13. As alturas, em cm, dos 7 principais jogadores de um time são, respectivamente: 174, 183, 185, 191, 195, 198 e 199. Em certo treino, compareceram 5 desses jogadores, sendo a média de suas alturas igual a 188,4 cm. As alturas dos 2 jogadores que não compareceram ao treino são

a) 191 cm e 198 cm
b) 191 cm e 195 cm
c) 185 cm e 198 cm
d) 185 cm e 199 cm
e) 183 cm e 199 cm

14. Os vértices da base de uma pirâmide $VCDE$ estão sobre três vértices do quadrado $BCDE$. A projeção ortogonal do vértice V sobre o quadrado $BCDE$ é o ponto $H \in \overline{BD}$, tal que $HD = 3HB$, conforme mostra a figura.



Sabendo que o volume da pirâmide $VCDE$ é igual a 192 cm^3 e que a distância entre os pontos H e V é 2,25 vezes a distância entre os pontos H e B, a área da face VCE é:

a) $8\sqrt{99}\ cm^2$
b) $8\sqrt{96}\ cm^2$
c) $8\sqrt{97}\ cm^2$
d) $8\sqrt{93}\ cm^2$
e) $8\sqrt{91}\ cm^2$

15. Dois copos, um cilíndrico e um cônico, ambos circulares e retos, têm o mesmo raio da base, R, e a mesma altura, H. Enche-se o copo cônico com água até $1/3$ da altura. Com o copo cilíndrico inicialmente vazio, despeja-se toda a água do copo cônico para o cilíndrico.
A altura da água no copo cilíndrico é:

a) $H/6$
b) $H/9$
c) $H/27$
d) $H/81$
e) $H/243$

Gabarito comentado

Na questão 8, o valor da área (18) e as alternativas, que faltavam no arquivo de edição, foram restaurados conforme a questão original.

Resposta da questão 1: [D]
A própria fórmula do termo geral revela um múltiplo de 3 somado a 1, mas o erro mais comum é tentar calcular termos avançados no braço sem observar o padrão da sequência das diferenças.
Os números poligonais centrados crescem adicionando camadas concêntricas ao redor do ponto inicial. Ao observar os quatro primeiros termos dados pelo problema — $T_1 = 1$, $T_2 = 4$, $T_3 = 10$ e $T_4 = 19$ —, nota-se que as diferenças entre termos consecutivos valem $T_2 - T_1 = 3$, $T_3 - T_2 = 6$ e $T_4 - T_3 = 9$. O padrão de acréscimo forma uma progressão aritmética de razão 3 e primeiro termo igual a 3 $(3, 6, 9, 12, 15, \ldots)$, e não uma PG.
Somando esses acréscimos sucessivos para encontrar o n-ésimo termo T_n (para $n > 1$), temos $T_n = 1 + (3 + 6 + 9 + \ldots + 3(n-1))$. Colocando o fator 3 em evidência na soma dos $(n-1)$ primeiros inteiros positivos, obtém-se $T_n = 1 + 3 \times \left[\dfrac{(n-1) \times n}{2}\right]$. Como n e $(n-1)$ são dois números inteiros consecutivos, um deles é obrigatoriamente par, o que garante que o produto $(n-1) \times n$ seja divisível por 2. Com isso, a expressão $k = (n-1) \times n/2$ resulta sempre em um número inteiro.
Substituindo k na equação, o termo geral assume a forma $T_n = 3k + 1$, em que k é um número inteiro. Pelo Teorema da Divisão Euclidiana, todo número escrito na forma $3k + 1$ deixa resto 1 ao ser dividido por 3. Analisar a estrutura algébrica da geratriz poupa cálculos extensos e garante a propriedade para qualquer termo da sequência.
Por que de cada uma
[A] INCORRETA. A diferença $T_{101} - T_{100}$ corresponde ao 100º termo da PA de diferenças, que vale $3 \times 100 = 300$. Somando ao valor dado, obtém-se $T_{101} = 14851 + 300 = 15151$, e não 15051 como afirmado.
[B] INCORRETA. As diferenças entre termos consecutivos são 3, 6, 9, 12..., o que constitui uma progressão aritmética de razão 3, porém com primeiro termo igual a 3 (e não igual a 1).
[C] INCORRETA. Continuando a sequência de somas ($T_5 = 31$, $T_6 = 46$), adicionam-se 18 para obter $T_7 = 64$ e mais 21 para encontrar $T_8 = 85$, tornando incorretos os valores 62 e 83.
[D] CORRETA. O termo geral é dado por $T_n = 3 \times \left[\dfrac{n(n-1)}{2}\right] + 1$. Como $\dfrac{n(n-1)}{2}$ é sempre um número inteiro k, a expressão reduz-se a $T_n = 3k + 1$, garantindo resto 1 na divisão por 3 para todo $n > 1$.
[E] INCORRETA. O crescimento da sequência de diferenças ocorre por somas sucessivas de 3 unidades (3, 6, 9, 12...), o que caracteriza uma PA, jamais uma PG (cujas razões seriam obtidas por multiplicação).

Resposta da questão 2: [D]

A resposta é a [D] porque a probabilidade procurada deriva de compreender que o máximo divisor comum só é par quando ambos os números sorteados são pares; o erro mais comum é supor que o MDC só seria ímpar caso as duas bolinhas fossem ímpares, ignorando os casos mistos (par e ímpar). Na teoria dos números, para que um número seja par, ele deve ter o fator 2 em sua decomposição primária. O MDC entre dois inteiros extrai os fatores primos comuns de ambos. Se sorteamos um número ímpar, ele não possui o fator 2. Consequentemente, o MDC entre um número par e um ímpar (ou entre dois ímpares) jamais poderá ser par. O MDC só resulta em um número par se, e somente se, os dois números sorteados forem pares.

Para resolver a questão com eficiência, calculamos a probabilidade do evento complementar — isto é, a probabilidade de o MDC ser par — e a subtraímos do total (1).

Na urna de 1 até 100, temos exatamente 50 números pares e 50 números ímpares. A probabilidade de escolher duas bolinhas pares consecutivamente e sem reposição é:

$$P(\text{ambos pares}) = \frac{50}{100} \times \frac{49}{99} = \frac{1}{2} \times \frac{49}{99} = \frac{49}{198}$$

Como o MDC ser ímpar é o evento complementar de ambos os números serem pares, calculamos:

$$P(\text{MDC ímpar}) = 1 - P(\text{ambos pares}) = 1 - \frac{49}{198} = \frac{198 - 49}{198} = \frac{149}{198}$$

Dessa maneira, ao considerar todas as combinações em que pelo menos uma bolinha é ímpar, confirmamos o valor exato da fração.

Por que de cada uma

[A] INCORRETA. Essa opção assume ingenuamente uma chance de 50% (1/2) por haver metade de números ímpares na urna, desconsiderando a probabilidade condicional da segunda retirada sem reposição e as combinações entre pares e ímpares.

[B] INCORRETA. Este valor aproxima-se de 50/198 (que simplifica para 25/99), resultado de um equívoco na contagem do evento complementar ou na aplicação da probabilidade de retirar apenas bolinhas ímpares com algum erro de simplificação.

[C] INCORRETA. O denominador 199 revela uma confusão na contagem do espaço amostral de sorteio duplo sem reposição (que deve envolver 100×99), além de indicar um cálculo incorreto das combinações favoráveis.

[D] CORRETA. O MDC é par apenas se ambas as bolinhas forem pares, o que ocorre com probabilidade $(50/100) \times (49/99) = 49/198$. O evento complementar (MDC ímpar) resulta em $1 - (49/198) = 149/198$.

Resposta da questão 3: [A]
Apenas as afirmativas [I] e [II] são verdadeiras. O diferencial da questão está em aplicar com precisão o teste da raiz quadrada para determinar a primalidade de números naturais, testando a divisibilidade do número n apenas pelos primos $p \leq \sqrt{n}$.
Para determinar se um inteiro $n > 1$ é primo, o Teste da Raiz Quadrada estabelece que, se n for composto, ele obrigatoriamente possui ao menos um fator primo menor ou igual a $\sqrt{n}$. Assim, basta calcular $\sqrt{n}$, identificar todos os números primos menores ou iguais a esse valor e testar a divisibilidade de n por cada um deles. Se nenhum deles dividir n, o número é primo.
Para a afirmativa [I], calculamos $p \leq \sqrt{391}$. Como $19^2 = 361$ e $20^2 = 400$, temos que $19 < \sqrt{391} < 20$ ($\sqrt{391} \approx 19{,}77$). Os números primos menores ou iguais a 19,77 constituem precisamente o conjunto $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. Logo, todos esses elementos cumprem $p \leq \sqrt{391}$, tornando [I] correta.
Para a afirmativa [II], avaliamos $n = 487$. Como $22^2 = 484$ e $23^2 = 529$, temos $\sqrt{487} \approx 22{,}06$. Os primos a serem testados são os menores ou iguais a 22: $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. Efetuando as divisões:

- 487 não é par (divisível por 2);
- $4 + 8 + 7 = 19$, que não é múltiplo de 3;
- Não termina em 0 ou 5 (divisível por 5);
- $487 = 7 \times 69 + 4$ (resto 4);
- $487 = 11 \times 44 + 3$ (resto 3);
- $487 = 13 \times 37 + 6$ (resto 6);
- $487 = 17 \times 28 + 11$ (resto 11);
- $487 = 19 \times 25 + 12$ (resto 12).

Como 487 não é divisível por nenhum primo $p \leq \sqrt{487}$, ele é primo. Logo, [II] é correta.
Nas demais afirmativas: em [IV], 391 é divisível por 17 ($391 = 17 \times 23$), falhando no teste da raiz e revelando-se composto. Consequentemente, a afirmativa [III] é falsa, pois os divisores primos de 391 são 17 e 23, e o único divisor de 487 além de 1 é ele mesmo, não guardando relação com o conjunto $\{7, 13, 19\}$.
Identificar $17 \times 23 = 391$ elimina a suposição de primalidade de 391 e assegura o gabarito.
Por que de cada uma
[A] CORRETA. As afirmativas [I] e [II] são rigorosamente verdadeiras: a aproximação $\sqrt{391} \approx 19{,}77$ confirma que todos os primos até 19 são menores ou iguais a $\sqrt{391}$, e 487 não possui divisores primos no intervalo $p \leqslant \sqrt{487} \approx 22{,}06$, sendo portanto primo.
[B] INCORRETA. O erro reside na afirmativa [IV], pois 391 é um número composto e não primo: ao testar os primos $p \leq \sqrt{391}$, obtém-se $391 \div 17 = 23$, restando zero e invalidando o teste de primalidade.
[C] INCORRETA. Ambas as proposições [III] e [IV] são falsas. O número 391 é composto (17×23), de modo que seus divisores primos são 17 e 23, nenhum dos quais pertence ao conjunto $\{7, 13, 19\}$, enquanto 487 é primo e não tem divisores primos nesse conjunto.
[D] INCORRETA. A afirmativa [III] é falsa, inviabilizando a opção. O conjunto $\{7, 13, 19\}$ não contém os divisores de 391 (que são 1, 17, 23 e 391) nem de 487 (que é primo, tendo apenas 1 e 487 como divisores).
[E] INCORRETA. O item inclui [III] e [IV], ambos falsos: 391 é composto ($17 \times 23 = 391$) e o conjunto $\{7, 13, 19\}$ não guarda relação com os fatores primos reais dos números analisados.

Resposta da questão 4: [A]
Número de maneiras de escolher 3 letras dentre as 26 sem importar a ordem:

$$C_{26,\,3}$$

Número de maneiras de escolher um par ordenado (ordem importa) dentre os 10 algarismos:

$$A_{10,\,2}$$

Número de maneiras de escolher 1 símbolo dentre os 21 (independe ser arranjo ou combinação):

$$C_{21,\,1}$$

Como há 2 possibilidades de escolha (biometria facial ou digital) e P_3 maneiras de ordenar as escolhas anteriores, o total de possibilidades é dado por:

$$2 + P_3 \cdot C_{26,\,3} \cdot A_{10,\,2} \cdot C_{21,\,1}$$

Resposta da questão 5: [C]

Resposta da questão 6: [C]
Seja c a cota de cada um dos N amigos. Logo, tem-se que

$$\begin{cases} Nc = 396 \\ (N-1)(c+3) = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Nc = 396 \\ c = 3N - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N(N-1) = 132 \\ c = 3N - 3 \end{cases}.$$

Portanto, como $N-1$ e N são números inteiros positivos e consecutivos, só pode ser $N = 12$.

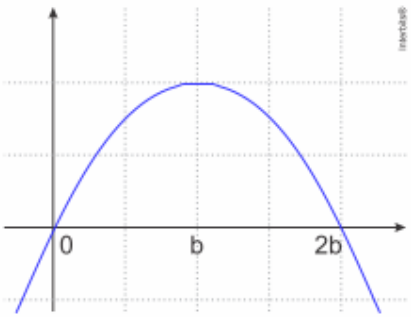
Resposta da questão 7: [C]
Fração geratriz de $0{,}8\overline{3}$:

$$\begin{cases} x = 0{,}83333\ldots & (I) \\ 10x = 8{,}333\ldots & (II) \\ 100x = 83{,}33\ldots & (III) \end{cases} \xrightarrow{(III)-(II)} 90x = 75 \Rightarrow x = \frac{5}{6}$$

Logo, aplicando a função descrita, obtemos:

$$2 - x - \left(-\frac{5}{6}\right) = x \;\Rightarrow\; \frac{17}{6} = 2x \;\Rightarrow \therefore\; x = \frac{17}{12}$$

Resposta da questão 8: [B]
Calculando:



$$\text{Vértice} = \left(b;\ \frac{b^2}{2}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} AB = 2b \\ PV = \dfrac{b^2}{2} \end{array}\right\rangle \Rightarrow \frac{2 \cdot PV \cdot AB}{3} = 18 \Rightarrow \frac{2 \cdot \frac{b^2}{2} \cdot 2b}{3} = 18 \Rightarrow \frac{2b^3}{3} = 18 \Rightarrow b = 3$$

Resposta da questão 9: [C]
No Sistema de Amortização Constante (SAC), o valor da amortização é fixo.
Cálculo da Amortização (A): dividimos o capital (C) pelo número de parcelas (n):

$$A = \frac{9000}{3} = 3000$$

Cálculo do Saldo Devedor para a 2ª parcela: após pagar a 1ª parcela, o saldo devedor (SD_1) é o valor total menos uma amortização:

$$\text{SD}_1 = 9000 - 3000 = 6000$$

Cálculo dos Juros da 2ª parcela (J_2): os juros incidem sobre o saldo devedor anterior com taxa (i) de 2%:

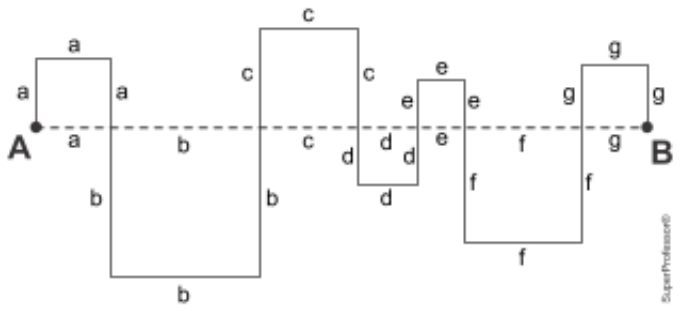
$$J_2 = 6000 \times 0{,}02 = 120$$

Valor da 2ª parcela (P_2): a parcela é a soma da amortização com os juros:

$$P_2 = 3000 + 120 = 3120$$

Análise das alternativas:
[A] Incorreta. Valor abaixo da amortização base.
[B] Incorreta. Este é apenas o valor da amortização, sem os juros.
[C] Correta. Soma exata da amortização (3000) e juros sobre o saldo de 6000 (120).
[D] Incorreta. Valor correspondente à 1ª parcela ($3000 + 180$).
[E] Incorreta. Erro no cálculo do saldo devedor ou da taxa.

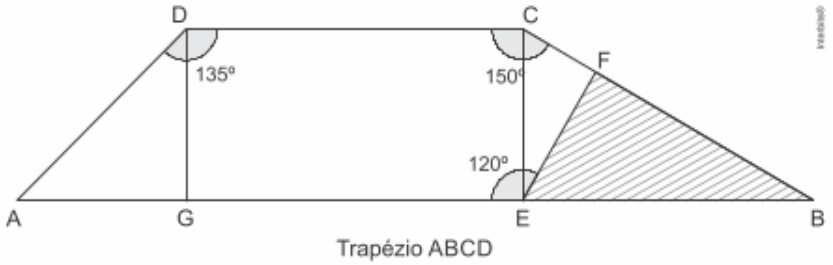
Resposta da questão 10: [B]
Da distância percorrida, temos que:



$$3a + 3b + 3c + 3d + 3e + 3f + 3g = 6$$
$$3(a + b + c + d + e + f + g) = 6$$
$$a + b + c + d + e + f + g = 2$$

Como a expressão do lado esquerdo da última equação acima representa a distância entre A e B, concluímos que a distância procurada vale 2 km.

Resposta da questão 11: [D]
Para tornar mais fácil a análise, acrescentou-se na figura os pontos E, F e G e os segmentos $\overline{DG}$ e $\overline{CE}$, perpendiculares a $\overline{AB}$, conforme indicado na figura abaixo:

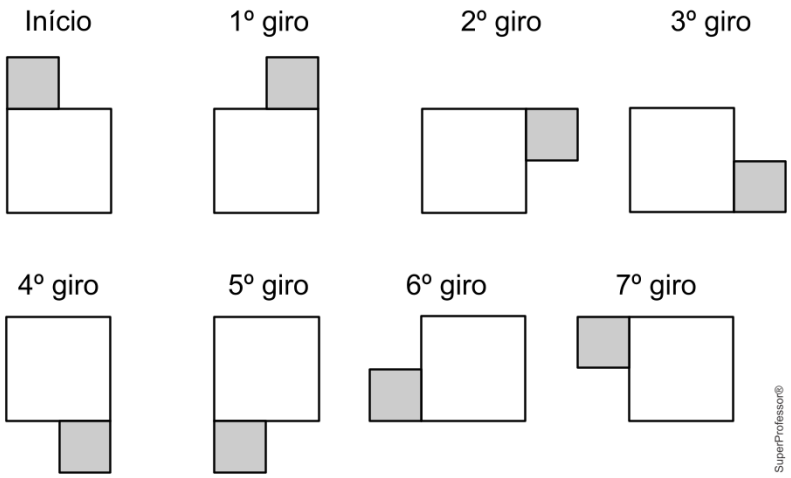


Nota-se por construção que:
1. $\overline{GE} = \overline{DC} = 40$ cm,
2. $\overline{AG} = \overline{AE} - \overline{GE} = 60 - 40 = 20$ cm.
3. $A\widehat{D}G = 135° - 90° = 45°$, e como $A\widehat{G}D = 90°$, então $G\widehat{A}D = 45°$, e o triângulo AGD é isósceles, o que implica que $h = \overline{DG} = \overline{AG} = 20$ cm, sendo h a altura do trapézio.
4. $F\widehat{C}E = 150° - 90° = 60°$ e $C\widehat{E}F = 120° - 90° = 30°$ o que implica que $C\widehat{F}E = 180° - 30° - 60° = 90°$ e, por consequência, $B\widehat{F}E = 90°$. Logo, a área do triângulo BFE desejada é igual a $\dfrac{\overline{EF} \times \overline{FB}}{2}$.
5. Do triângulo EFC, $\overline{EF} = \overline{CE} \cdot \cos 30° = h \cdot \cos 30° = 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$ cm.
6. $B\widehat{E}F = 180° - 120° = 60°$, o que implica que $\overline{FB} = \overline{EF} \cdot \operatorname{tg} 60° = 10\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 30$ cm.
A área desejada é calculada da seguinte forma:

$$\text{Área} = \frac{\overline{EF} \times \overline{FB}}{2} = \frac{10\sqrt{3} \times 30}{2} = 150\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

A alternativa correta é a [D].

Resposta da questão 12: [A]
Como é possível observar na figura abaixo, o quadrado retorna à sua posição inicial após 8 giros.



Como $2012 = 8 \cdot 251 + 4$, quando o quadrado tiver dado 2012 giros, ele terá completado 251 voltas completas em torno do quadrado maior e mais 4 giros adicionais. Dessa forma, ele irá parar na posição ilustrada pela alternativa [A].

Resposta da questão 13: [C]
Soma das alturas (em cm) dos 7 atletas:

$$174 + 183 + 185 + 191 + 195 + 198 + 199 = 1325$$

Como média $= \dfrac{\text{soma}}{\text{quantidade}}$, a soma das alturas (em cm) dos jogadores que compareceram é:

$$188{,}4 = \frac{\text{soma}}{5} \Rightarrow \text{soma} = 942$$

Soma das alturas (em cm) dos 2 atletas que não compareceram:

$$1325 - 942 = 383$$

Dentre as alturas disponíveis, o único par possível é 185 cm e 198 cm.

Resposta da questão 14: [C]
A resposta é a [C] porque a altura da face VCE em relação à base CE é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pela altura da pirâmide ($HV = 9$ cm) e pela distância do ponto H ao centro do quadrado ($HM = 4$ cm), resultando em $\sqrt{97}$ cm.
Em pirâmides oblíquas com vértice projetado sobre uma das diagonais da base, a chave da questão é identificar a posição do ponto de projeção H e aplicar o Teorema das Três Perpendiculares. Quando a projeção H do vértice V está sobre a diagonal BD, o segmento que liga H ao ponto médio M da diagonal CE é perpendicular a CE no plano da base, tornando VM a altura do triângulo lateral VCE. Sendo L o lado do quadrado $BCDE$, a diagonal BD mede $L\sqrt{2}$. Como o ponto H divide a diagonal na razão $HD = 3HB$, o comprimento total da diagonal é $BD = HB + 3HB = 4HB$, de onde temos $HB = \left(L\sqrt{2}\right)/4$. A altura da pirâmide é dada por $HV = 2{,}25 \times HB = (9/4) \times \left(L\sqrt{2}\right)/4 = \left(9\sqrt{2}/16\right) L$.
A base da pirâmide $VCDE$ é o triângulo CDE, cuja área corresponde à metade da área do quadrado, ou seja, $A = L^2/2$. Relacionando o volume dado com a fórmula $V = (1/3) \times A(\text{base}) \times h$:

$$192 = (1/3) \times \left(L^2/2\right) \times \left(9\sqrt{2}/16\right) L$$

$$192 = \left(3\sqrt{2}/32\right) L^3 \;\Rightarrow\; L^3 = 2048/\sqrt{2} = 1024\sqrt{2} \;\Rightarrow\; L = 8\sqrt{2}\text{ cm}$$

Com a medida do lado $L = 8\sqrt{2}$ cm, encontramos que a diagonal BD vale $\left(8\sqrt{2}\right)\sqrt{2} = 16$ cm, o segmento HB vale 4 cm e a altura HV é $2{,}25 \times 4 = 9$ cm.
Como o ponto M é o centro do quadrado e ponto médio da diagonal BD ($BM = 8$ cm), a distância HM no plano da base é a diferença entre a metade da diagonal e a projeção HB: $HM = 8 - 4 = 4$ cm. Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo VHM, a altura da face VM é dada por $VM = \sqrt{HV^2 + HM^2} = \sqrt{9^2 + 4^2} = \sqrt{97}$ cm. Como a base da face é a diagonal $CE = 16$ cm, a área do triângulo VCE é $\frac{1}{2} \times 16 \times \sqrt{97} = 8\sqrt{97}$ cm^2.
Garantir a distância correta entre a projeção H e o centro da base M é o passo crucial para não deformar o triângulo retângulo interno.
Por que de cada uma
[A] INCORRETA. Esse radicando surgiria ao assumir a distância planar HM^2 como 18 (considerando erroneamente $HM = 3\sqrt{2}$ cm), o que somaria $81 + 18 = 99$ sob a raiz quadrada ao calcular a altura da face.
[B] INCORRETA. Um deslize aritmético que atribua o valor 15 ao quadrado da distância plana HM^2 levaria ao termo $\sqrt{81 + 15} = \sqrt{96}$ cm na altura da face, resultando na área $8\sqrt{96}$ cm^2.
[C] CORRETA. O Teorema das Três Perpendiculares confirma que a altura da face VCE é a hipotenusa de catetos 9 cm e 4 cm, gerando $VM = \sqrt{97}$ cm e área dada por $\left(16 \times \sqrt{97}\right)/2 = 8\sqrt{97}$ cm^2.
[D] INCORRETA. O valor 93 sob a raiz decorre de considerar $HM^2 = 12$ ao errar a posição relativa do ponto H em relação ao ponto médio M da diagonal.
[E] INCORRETA. Essa alternativa é obtida ao considerar $HM^2 = 10$ por um cálculo incorreto do cateto planar, resultando na altura de face $VM = \sqrt{81 + 10} = \sqrt{91}$ cm.

Resposta da questão 15: [D]
Volume do cone:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Volume da água:

$$\frac{V_{\text{água}}}{V_{\text{cone}}} = \left(\frac{\frac{H}{3}}{H}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_{\text{água}}}{\frac{1}{3}\pi R^2 H} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{\text{água}} = \frac{1}{81}\pi R^2 H$$

Altura da água no copo cilíndrico:

$$\boxed{\pi R^2}\, h = \frac{1}{81}\boxed{\pi R^2}\, H \Rightarrow \therefore\ h = \frac{H}{81}$$