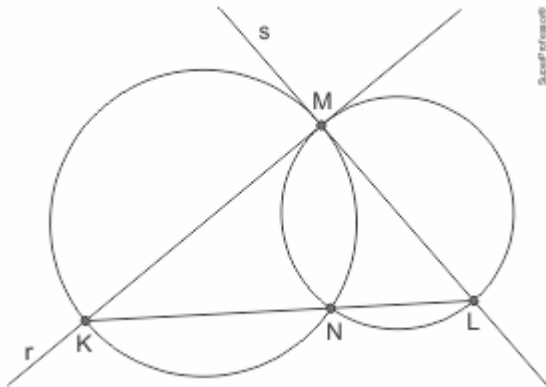


LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

1. (Epcar (Afa)) Observe a figura abaixo.



Na figura fora de escala tem-se duas circunferências secantes nos pontos M e N, as retas **r** e **s** tangentes às circunferências menor e maior, respectivamente, $r \cap s = M$ com e os pontos K, N e L alinhados.

Os segmentos KN , LN e MN medem, em cm, respectivamente, $x + 5$, x e $2x$.

Analise as afirmativas a seguir, para as medidas dos segmentos em cm.

I. $\frac{KM}{LM} = 2$

II. $\frac{KN}{NL} = 4$

III. $\Delta KML \sim \Delta MNL$

É correto afirmar que

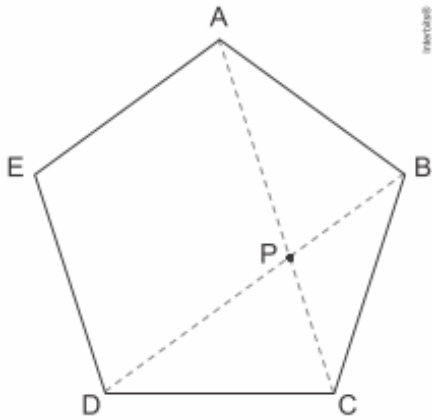
- a) nenhuma afirmativa é verdadeira.
- b) apenas uma afirmativa é verdadeira.
- c) apenas duas afirmativas são verdadeiras.
- d) todas as afirmativas são verdadeiras.

2. (Epcar (Afa)) Considere um triângulo retângulo cujo perímetro mede 15 unidades de comprimento e que seus lados estão em uma progressão aritmética crescente. A partir desse triângulo, podemos inscrever uma circunferência de raio r , bem como circunscrever outra circunferência de raio R . Então, a razão entre o raio da circunferência circunscrita e o raio da circunferência inscrita, nessa ordem, pertence ao intervalo:

- a) $[1, 2[$
- b) $[2, 3[$
- c) $[3, 4[$
- d) $[4, 5]$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

3. (Epcar (Afa)) A figura a seguir é um pentágono regular de lado 2 cm.



Os triângulos DBC e BCP são semelhantes.

A medida de $\overline{AC}$, uma das diagonais do pentágono regular, em cm, é igual a

- a) $1 + \sqrt{5}$
- b) $-1 + \sqrt{5}$
- c) $2 + \frac{\sqrt{5}}{2}$
- d) $2\sqrt{5} - 1$

4. (Epcar (Afa)) Considere o sólido geométrico obtido pela rotação de 360° do triângulo ABC em torno da reta que passa por C e é paralela ao lado $\overline{AB}$.

Sabe-se que este triângulo é isósceles, com $\overline{AC} \equiv \overline{BC} = R\sqrt{2}m$ $\overline{AB} = 2Rm$ (sendo R uma constante real não nula), e que o volume do sólido obtido é $V = 4\pi\sqrt{3}m^3$

A medida de R, em metros, é igual a

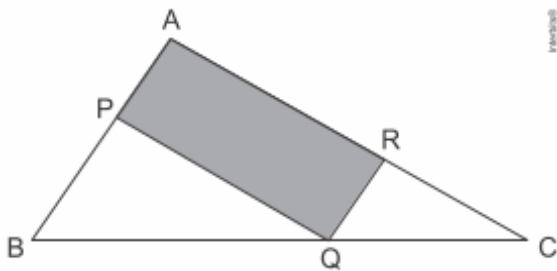
- a) $\sqrt[6]{3}$
- b) $\sqrt[3]{3}$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

c) $\sqrt[3]{9}$

d) $\sqrt{3}$

5. (Epcar (Afa)) Considere, no triângulo ABC abaixo, os pontos $P \in \overline{AB}$, $Q \in \overline{BC}$, $R \in \overline{AC}$ e os segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{QR}$ paralelos, respectivamente, a $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$.



Sabendo que $\overline{BQ} = 3\text{ cm}$, $\overline{QC} = 1\text{ cm}$ e que a área do triângulo ABC é 8 cm^2 , então a área do paralelogramo hachurado, em cm^2 , é igual a

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

6. (Epcar (Afa)) Se uma pirâmide hexagonal regular está inscrita num cone equilátero cujo volume é igual a $\frac{10\sqrt{3}}{7}\pi\text{ cm}^3$, então o volume dessa pirâmide, em cm^3 , é igual a

a) $\frac{45}{7}$

b) $\frac{15\sqrt{3}}{7}$

c) $\frac{30\sqrt{3}}{7}$

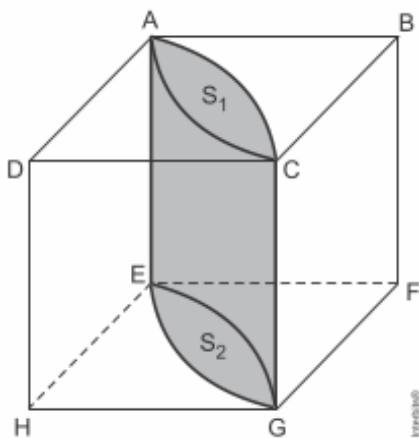
d) $\frac{135}{7}$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

7. (Epcar (Afa)) Seja o quadrado $ABCD$ e o ponto E pertencente ao segmento AB . Sabendo-se que a área do triângulo ADE , a área do trapézio $BCDE$ e a área do quadrado $ABCD$ formam juntas, nessa ordem, uma Progressão Aritmética (P.A.) e a soma das áreas desses polígonos é igual a 800 cm^2 , tem-se que a medida do segmento EB

- a) é fração própria.
- b) é decimal exato.
- c) é decimal não-exato e periódico.
- d) pertence ao conjunto $A = \mathbb{R}_+^* - \mathbb{Q}_+$

8. (Epcar (Afa)) Na figura abaixo, tem-se um cubo cuja aresta mede k centímetros; as superfícies S_1 e S_2 , contidas nas faces desse cubo, são limitadas por arcos de circunferências de raio k centímetros e centros em, respectivamente, D e B , H e F .

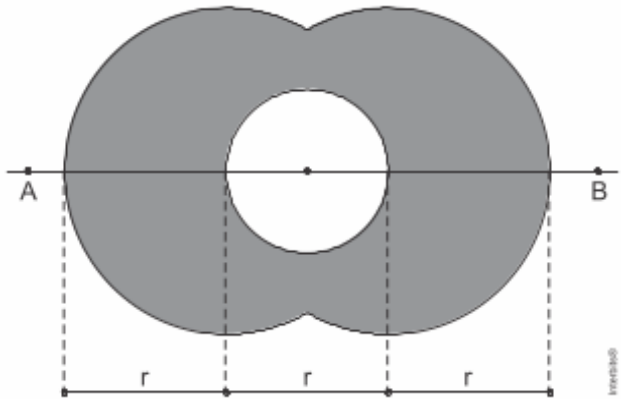


O volume do sólido formado por todos os segmentos de reta com extremidades em S_1 e S_2 , paralelos a CG e de bases S_1 e S_2 , é, em cm^3 , igual a

- a) $\frac{k^3(\pi-1)}{2}$
- b) $\frac{k^3(\pi-2)}{2}$
- c) $\frac{k^3(\pi-1)}{4}$
- d) $\frac{k^3(\pi-2)}{4}$

9. (Epcar (Afa)) Na figura abaixo, os três círculos têm centro sobre a reta AB e os dois de maior raio têm centro sobre a circunferência de menor raio.

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



A expressão que fornece o valor da área sombreada é

a) $\frac{17\pi - 6\sqrt{3}}{9} r^2$

b) $\frac{11\pi + 9\sqrt{3}}{12} r^2$

c) $\frac{15\pi - 4\sqrt{3}}{9} r^2$

d) $\frac{13\pi + 6\sqrt{3}}{12} r^2$

10. (Epcar (Afa)) Uma pirâmide regular ABCV, de base triangular ABC, é tal, que sua aresta lateral $\overline{AV}$ mede 3 cm.

Sendo $\sqrt{5}$ cm a altura de tal pirâmide, a distância, em cm, de A à face BCV é igual a

a) $\frac{\sqrt{30}}{2}$

b) $\sqrt{7}$

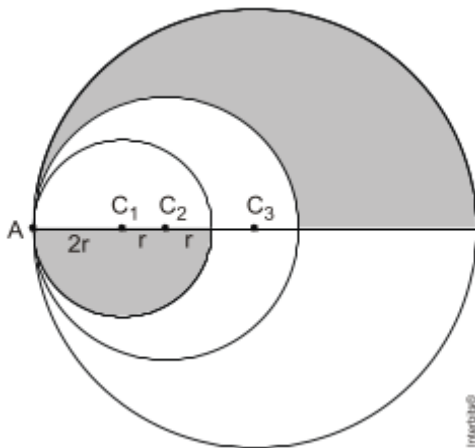
c) $\frac{\sqrt{26}}{2}$

d) $2\sqrt{2}$

11. (Epcar (Afa)) Conforme a figura abaixo, A é o ponto de tangência das circunferências de centros C_1 , C_2 e C_3 .

Sabe-se que os raios dessas circunferências formam uma progressão geométrica crescente.

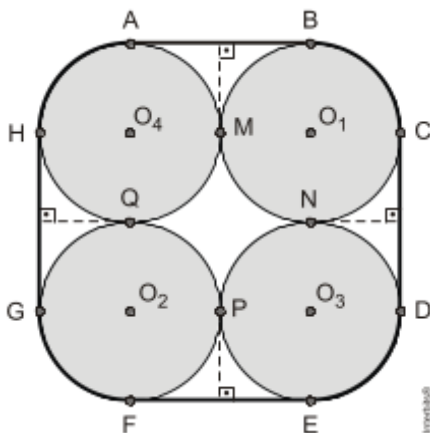
LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



Se os raios das circunferências de centros C_1 e C_2 medem, respectivamente, $2r$ e $3r$, então a área da região sombreada vale, em unidades de área,

- a) $\frac{55}{8}\pi r^2$
- b) $\frac{29}{4}\pi r^2$
- c) $\frac{61}{8}\pi r^2$
- d) $8\pi r^2$

12. (Epcar (Afa)) Na figura abaixo, têm-se quatro círculos congruentes de centros O_1 , O_2 , O_3 e O_4 e de raio igual a 10 cm. Os pontos M, N, P, Q são pontos de tangência entre os círculos e A, B, C, D, E, F, G, H são pontos de tangência entre os círculos e a correia que os contorna.



Sabendo-se que essa correia é inextensível, seu perímetro, em cm, é igual a

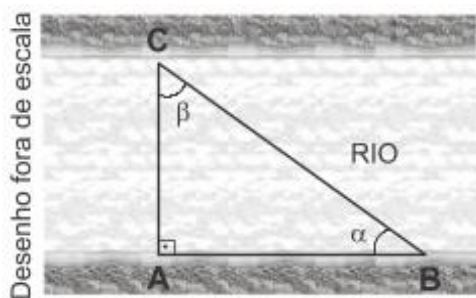
- a) $2(\pi + 40)$
- b) $5(\pi + 16)$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

c) $20(\pi + 4)$

d) $5(\pi + 8)$

13. (Epcar (Afa)) Em uma aula de topografia, o professor queria medir a largura de um rio. Para tal, ele tomou dois pontos A e B em uma margem do rio e outro ponto C na margem oposta, de modo que o segmento $\overline{CA}$ ficasse perpendicular ao segmento $\overline{AB}$, como indicado na figura a seguir.



Considere que:

- a distância entre os pontos A e B é de 30 m;
- os ângulos agudos α e β podem ser obtidos através da equação $(\sin^2 \alpha)x^2 - 9(\sin \alpha)(\cos \beta) + \frac{5}{2}\cos \beta = 0$, na qual $x = 2$ é uma de suas raízes;
- $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$.

A largura aproximada do rio, em m, é igual a

a) 15

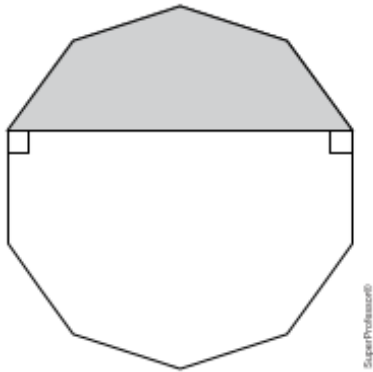
b) 17

c) 21

d) 51

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

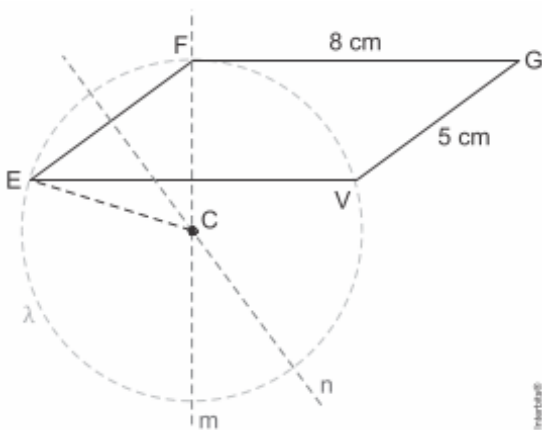
14. A área de um polígono regular pode ser calculada pela fórmula $A = \frac{Pa}{2}$ em que P é o perímetro e a é o apótema do polígono. Em um decágono regular, uma de suas diagonais forma ângulos retos com seus lados, conforme mostra a figura.



Seja 100 cm^2 a área desse decágono, a área do pentágono destacado vale

- a) 20 cm^2 .
- b) 25 cm^2 .
- c) 30 cm^2 .
- d) 35 cm^2 .
- e) 40 cm^2 .

15. Os lados do paralelogramo $FGVE$ medem 5 e 8 centímetros. As mediatrizes de $\overline{VE}$ e $\overline{EF}$, indicadas por m e n , intersectam-se no ponto C , que é centro da circunferência λ de raio $CE = CF$, como mostra a figura.

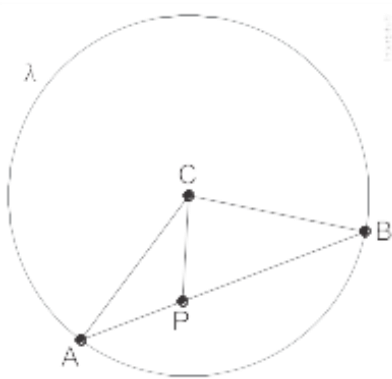


LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Sabendo que a mediatriz m passa pelo vértice F, a área do triângulo FEC é igual a

- a) $\frac{25}{6} \text{ cm}^2$
- b) $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$
- c) $\frac{20}{3} \text{ cm}^2$
- d) $\frac{15}{2} \text{ cm}^2$
- e) $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$

16. A figura representa um círculo λ de centro C. Os pontos A e B pertencem à circunferência de λ e o ponto P pertence a $\overline{AB}$. Sabe-se que $PC = PA = k$ e que $PB = 5$, em unidades de comprimento.

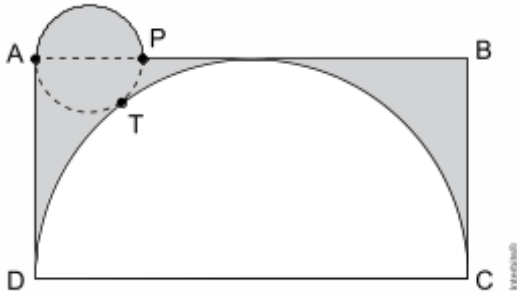


A área de λ em unidades de área, é igual a

- a) $\pi(25 - k^2)$
- b) $\pi(k^2 + 5k)$
- c) $\pi(k^2 + 5)$
- d) $\pi(5k^2 + k)$
- e) $\pi(5k^2 + 5)$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

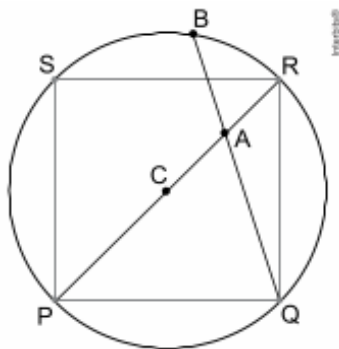
17. A figura representa uma semicircunferência de diâmetro CD , perfeitamente inscrita no retângulo $ABCD$. Sabe-se que P é um ponto de $\overline{AB}$, e que $\overline{AP}$ é diâmetro da circunferência que tangencia a semicircunferência maior em T .



Se $CD = 8 \text{ cm}$, a área sombreada na figura é, em cm^2 , igual a

- a) $\frac{64-15\pi}{2}$
- b) $32 - 8\pi$
- c) $\frac{64-15\pi}{4}$
- d) $32 - 9\pi$
- e) $16 - 4\pi$

18. O quadrado PQRS está inscrito em um círculo de centro C . A corda intersecta a diagonal do quadrado em A , sendo que $\overline{QA} = 6 \text{ cm}$ e $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$.



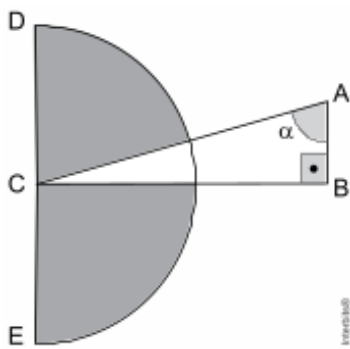
Nas condições descritas, a medida do lado do quadrado PQRS, em cm , é igual a

- a) $2\sqrt{10}$.

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

- b) $5\sqrt{2}$.
- c) $2\sqrt{15}$.
- d) $6\sqrt{2}$.
- e) $7\sqrt{2}$.

19. A figura indica um semicírculo de centro C e diâmetro $DE = 24\text{ cm}$, e um triângulo retângulo ABC . A área sombreada no semicírculo é igual a $69\pi\text{ cm}^2$.

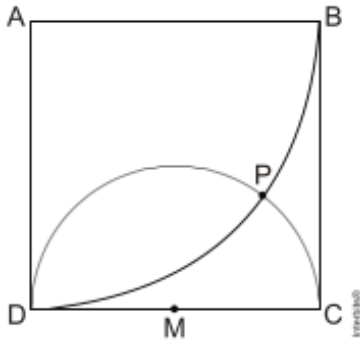


Nas condições descritas, a medida do ângulo , denotado por α , é igual a

- a) 75° .
- b) $75,5^\circ$.
- c) 82° .
- d) $82,5^\circ$.
- e) 85° .

20. (Fgv) Na figura, $ABCD$ é um quadrado de lado 4 cm , e M é ponto médio de $\overline{CD}$. Sabe-se ainda que BD é arco de circunferência de centro A e raio 4 cm , e CD é arco de circunferência de centro M e raio 2 cm , sendo P e D pontos de intersecção desses arcos.

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



A distância de P até CB , em centímetros, é igual a

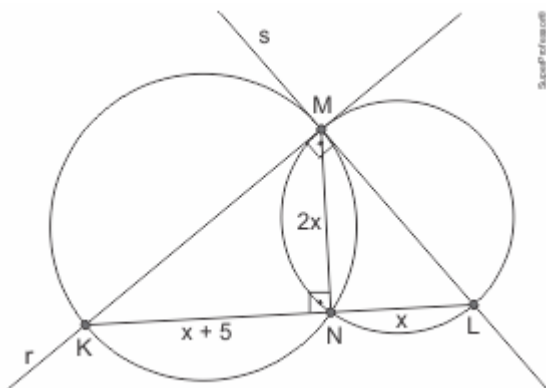
- a) $\frac{4}{5}$
- b) $\frac{19}{25}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{7}{10}$
- e) $\frac{17}{25}$

Gabarito

Resposta da questão 1:

[D]

Como as retas são tangentes às circunferências no ponto M, o ângulo $\widehat{KML}$ é reto. E, como o segmento $\overline{KM}$ é perpendicular à reta s, a reta r passa pelo centro da circunferência da esquerda. Dessa forma, como $\overline{KM}$ é diâmetro, o ângulo $\widehat{KNM}$ também é reto.



Das relações métricas no triângulo retângulo, obtemos:

$$\begin{aligned}(2x)^2 &= (x+5) \cdot x \\ 4x^2 &= x^2 + 5x \\ x &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

$$3k + 4k + 5k = 15 \Rightarrow 12k = 15 \Rightarrow k = \frac{5}{4}$$

Portanto, as medidas dos lados do triângulo são:

$$\frac{15}{4}, 5 \text{ e } \frac{25}{4}$$

Determinando o raio da circunferência inscrita, cuja medida chamaremos de r , temos:

$$\frac{15 \cdot r}{2} = \frac{5 \cdot \frac{15}{4}}{2} \Rightarrow r = \frac{5}{4}$$

A medida R do raio da circunferência circunscrita é a metade da medida da hipotenusa, logo:

$$R = \frac{\frac{25}{4}}{2} \Rightarrow R = \frac{25}{8}$$

Concluindo:

$$\frac{R}{r} = \frac{\frac{25}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{25}{8}}{\frac{10}{8}} = \frac{25}{10} = 2,5$$

Resposta da questão 3:

[A]

A medida de cada ângulo interno do pentágono regular ABCDE é dada por

$$\frac{180^\circ \cdot (5 - 2)}{5} = 108^\circ.$$

Logo, sendo os triângulos ABC e BCD isósceles congruentes, temos

$$\widehat{CAB} \equiv \widehat{ACB} \equiv \widehat{DBC} \equiv \widehat{BCD} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ.$$

Em consequência, vem

$$\widehat{APB} \equiv \widehat{DPC} \equiv \widehat{DCP} = 72^\circ$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Portanto, como o triângulo APB é isósceles de base PB, segue que $\overline{AP} = 2 \text{ cm}$ e, assim, pela semelhança dos triângulos ABC e BPC encontramos

$$\begin{aligned}\frac{2 + \overline{PC}}{2} &= \frac{2}{\overline{PC}} \Rightarrow \overline{PC}^2 + 2\overline{PC} - 4 = 0 \\ \Rightarrow \overline{PC} &= (-1 + \sqrt{5}) \text{ cm}.\end{aligned}$$

A resposta é $\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{PC} = (1 + \sqrt{5}) \text{ cm}$.

Resposta da questão 4:

[D]

O triângulo ABC é retângulo isósceles. Logo, como a mediana relativa ao lado AB mede R m, segue que a medida do segmento CG com G sendo o baricentro de ABC, é igual a $\frac{2R}{3}$. Ademais, a área do triângulo ABC é dada por

$$\begin{aligned}(ABC) &= \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot R\sqrt{2} \cdot R\sqrt{2} \\ &= R^2 m^2\end{aligned}$$

Portanto, pelo Segundo Teorema de Pappus-Guldin, tem-se que o volume, V, do sólido gerado é

$$\begin{aligned}V &= 2\pi \cdot \overline{CG} \cdot (ABC) \\ &= 2\pi \cdot \frac{2R}{3} \cdot R^2 \\ &= \frac{4\pi R^3}{3}\end{aligned}$$

Em consequência, vem

$$\begin{aligned}\frac{4\pi R^3}{3} &= 4\pi\sqrt{3} \Leftrightarrow R^3 = 3\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow R^3 &= (\sqrt{3})^3 \\ \Leftrightarrow R &= \sqrt{3}m.\end{aligned}$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Resposta da questão 5:

[B]

Calculando:

$$\begin{aligned}\frac{CQ}{CB} &= \frac{1}{4} \rightarrow \frac{S_{RQC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{16} = \frac{S_{RQC}}{8} \rightarrow S_{RQC} = \frac{1}{2} \\ \frac{S_{PBQ}}{S_{RQC}} &= \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{9}{1} \rightarrow \frac{9}{1} = \frac{S_{PBQ}}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_{PBQ} = \frac{9}{2} \\ S_{\text{hachurado}} &= S_{ABC} - S_{PBQ} - S_{RQC} = 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \rightarrow S_{\text{hachurado}} = 3\end{aligned}$$

Resposta da questão 6:

[A]

Calculando:

$$\begin{aligned}\text{Cone} &\rightarrow \frac{10\pi\sqrt{3}}{7} = \frac{1}{3} \cdot \pi R^3 \cdot \sqrt{3} \rightarrow \frac{10}{7} = \frac{1}{3} \cdot R^3 \rightarrow R^3 = \frac{30}{7} \\ \text{Pirâmide} &\rightarrow \begin{cases} \ell = R \text{ (hexágono regular)} \\ h = R\sqrt{3} \text{ (cone equilátero)} \\ V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h \end{cases} \\ V &= \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{R^2\sqrt{3}}{4} \cdot R\sqrt{3} = \frac{18}{12} \cdot \frac{30}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{30}{7} = \frac{90}{14} \rightarrow V = \frac{45}{7}\end{aligned}$$

Resposta da questão 7:

[C]

Seja ℓ a medida do lado do quadrado $ABCD$. Desde que a soma das áreas dos polígonos é igual a 800 cm^2 , temos $2\ell^2 = 800$, o que implica em $\ell = 20 \text{ cm}$.

Tomando $\overline{BE} = x$, e sabendo que (ADE) , $(BCDE)$ e $(ABCD)$ estão em progressão aritmética, vem

$$\begin{aligned}2 \cdot \frac{x+20}{2} \cdot 20 &= \frac{20 \cdot (20-x)}{2} + 20^2 \Leftrightarrow 20x = 200 - 10x \\ \Leftrightarrow x &= \frac{20}{3} \text{ cm}\end{aligned}$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

que é um número decimal não exato e periódico.

Resposta da questão 8:

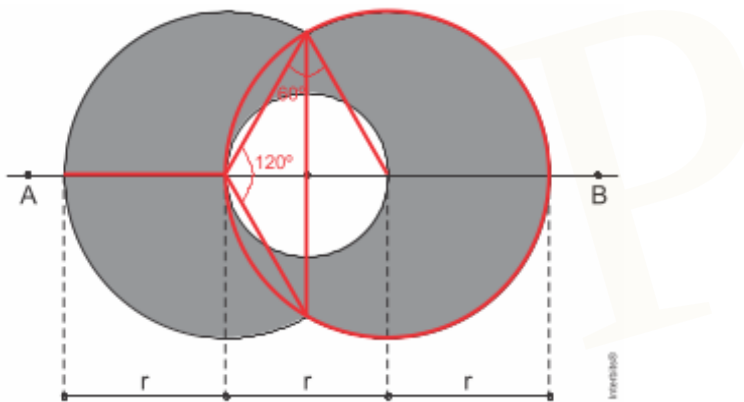
[B]

A área da superfície S_1 corresponde ao dobro da área de um segmento circular de ângulo $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ e raio k , ou seja, $\frac{k^2(\pi-2)}{2} \text{ cm}^2$. Portanto, a resposta é $\frac{k^3(\pi-2)}{2} \text{ cm}^3$.

Resposta da questão 9:

[D]

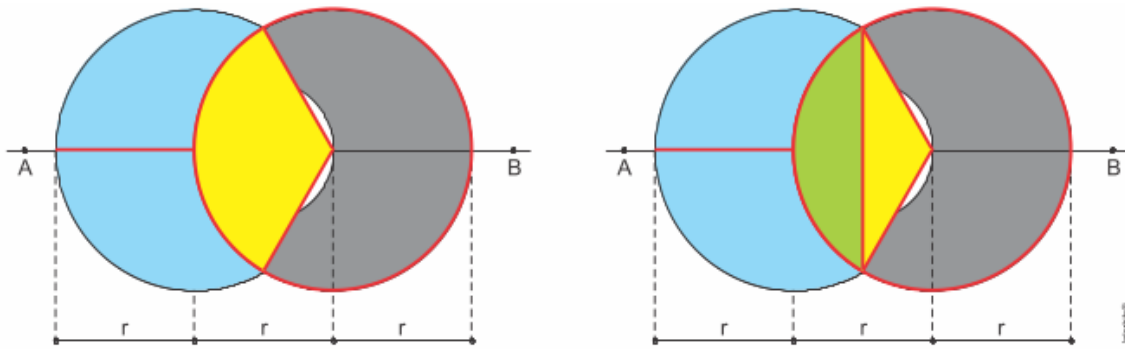
A área hachurada será igual a área de uma circunferência maior (raio r), somada à área da “lua” remanescente da outra circunferência maior (raio r), subtraindo-se a área da circunferência menor (raio $r/2$). Pode-se deduzir graficamente:



Deduz-se, portanto, que área de uma circunferência maior é igual a πr^2

Para calcular a área da “lua” remanescente da outra circunferência de raio r (área hachurada em azul nas figuras a seguir) é preciso subtrair o equivalente a duas áreas verdes (ver figuras a seguir). Para calcular a área verde, é preciso calcular a área do setor circular de 120° menos a área de um triângulo equilátero de lado r .

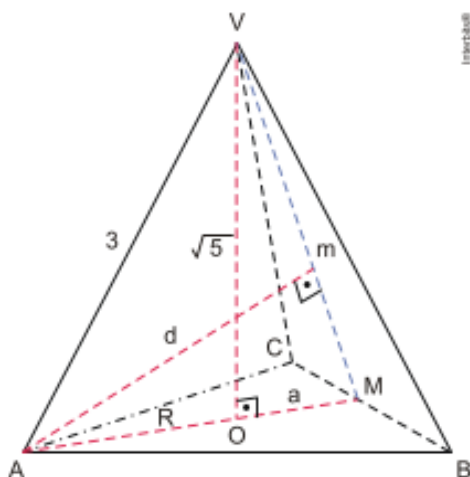
LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



Assim, pode-se escrever que a área total hachurada em cinza é igual a:

$$\begin{aligned} & \left\{ \pi r^2 + \left[\pi r^2 - 2 \cdot \left(\frac{\pi r^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} - \frac{r^2 \sqrt{3}}{4} \right) \right] \right\} - \pi \frac{r^2}{4} \\ \pi r^2 - \pi \frac{r^2}{4} + \left[\pi r^2 - 2 \cdot \left(\frac{4\pi r^2 - 3r^2 \sqrt{3}}{12} \right) \right] &= \frac{3\pi r^2}{4} + \left[\pi r^2 - \left(\frac{8\pi r^2 - 6r^2 \sqrt{3}}{12} \right) \right] \\ \frac{3\pi r^2}{4} + \left[\frac{12\pi r^2 - 8\pi r^2 + 6r^2 \sqrt{3}}{12} \right] &= \frac{3\pi r^2}{4} + \frac{4\pi r^2 + 6r^2 \sqrt{3}}{12} \\ \frac{9\pi r^2 + 4\pi r^2 + 6r^2 \sqrt{3}}{12} &= \frac{13\pi r^2 + 6r^2 \sqrt{3}}{12} = \left(\frac{13\pi + 6\sqrt{3}}{12} \right) \cdot r^2 \end{aligned}$$

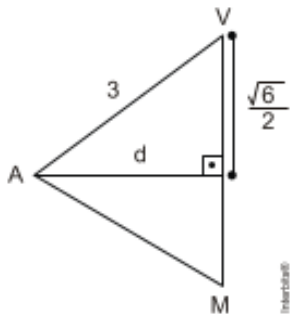
Resposta da questão 10:

$$[A]$$


No triângulo VOM: $R^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 \Rightarrow R = \sqrt{4} \Rightarrow R = 2$ e $a = 1$

No triângulo VOM: $m^2 = \sqrt{5}^2 + 1^2 \Rightarrow m = \sqrt{6}$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



O triângulo AMV é isósceles de base VM ($AM = AV = 3$)

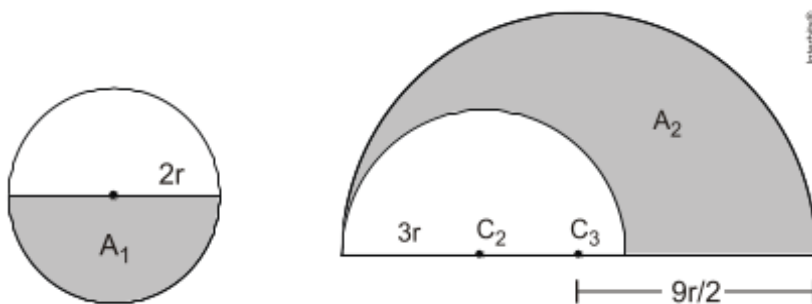
$$\text{Logo, } d^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow d = \sqrt{9 - \frac{6}{4}} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{30}}{2}$$

Resposta da questão 11:

[C]

A razão da P.G. formada pelos raios será dada por $\frac{3r}{2r} = \frac{3}{2}$, portanto o raio da terceira circunferência será $\frac{9r}{2}$.

Calculando agora as áreas assinaladas A_1 e A_2 : $A = A_1 + A_2$



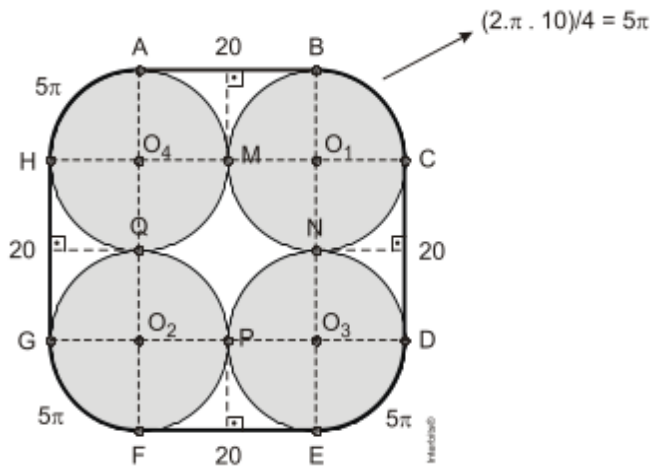
$$A = \frac{\pi \cdot (2r)^2}{2} + \left(\frac{\pi \cdot \left(\frac{9r}{2}\right)^2}{2} - \frac{\pi \cdot (3r)^2}{2} \right)$$

$$A = 2\pi \cdot r^2 + \frac{45\pi}{8} = \frac{61\pi}{8}$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Resposta da questão 12:

[C]



Resposta da questão 13:

[B]

Da relação entre os ângulos, temos:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \beta = \operatorname{sen} \alpha$$

Logo:

$$(\operatorname{sen}^2 \alpha) \cdot 2^2 - 9(\operatorname{sen} \alpha)(\operatorname{sen} \alpha) + \frac{5}{2} \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$4 \operatorname{sen}^2 \alpha - 9 \operatorname{sen}^2 \alpha + \frac{5}{2} \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$-5 \operatorname{sen} \alpha \left(\operatorname{sen} \alpha - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\operatorname{sen} \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \sigma$$

ou

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Sendo assim, a largura do rio vale:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\overline{AC}}{30} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{1,7 \cdot 30}{3}$$

$$\therefore \overline{AC} = 17 \text{ m}$$

Resposta da questão 14:

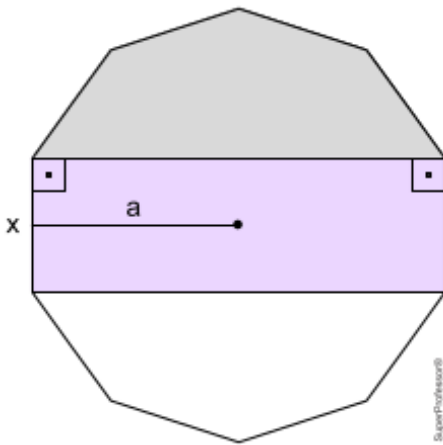
[C]

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Seja x o lado do decágono e a o seu apótema. Como o perímetro do decágono é igual a $10x$, utilizando a fórmula dada, obtemos:

$$100 = \frac{10x \cdot a}{2} \Rightarrow xa = 20$$

Mas, a área do decágono também é dada por:

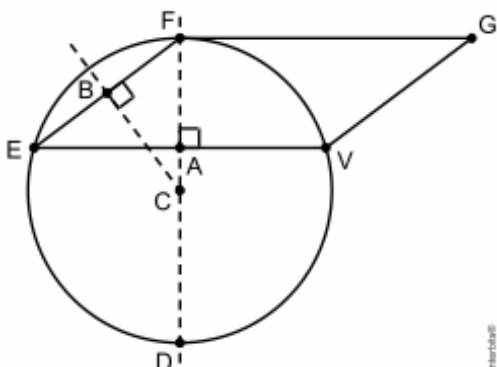


$$\begin{aligned} A_{\text{decágono}} &= 2 A_{\text{pentágono}} + A_{\text{retângulo}} \\ 100 &= 2 A_{\text{pentágono}} + x \cdot 2a \\ 100 &= 2 A_{\text{pentágono}} + 2 \cdot 20 \\ 2 A_{\text{pentágono}} &= 60 \\ \therefore A_{\text{pentágono}} &= 30 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Resposta da questão 15:

[E]

Considere a figura.



LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Se CB e DF são mediatrizes, então $\overline{BE} = \overline{BF} = \frac{5}{2} \text{ cm}$ e $\overline{AE} = \overline{AV} = 4 \text{ cm}$. Logo, como o triângulo AEF é retângulo em A , segue de imediato que $\overline{AF} = 3 \text{ cm}$.

Pela potência do ponto A , vem

$$\begin{aligned}\overline{AE} \cdot \overline{AV} &= \overline{AF} \cdot \overline{AD} \Leftrightarrow 4 \cdot 4 = 3 \cdot (2 \cdot \overline{AC} + 3) \\ \Leftrightarrow \overline{AC} &= \frac{7}{6} \text{ cm}.\end{aligned}$$

Em consequência, temos

$$\begin{aligned}\overline{CF} &= \overline{AC} + \overline{AF} \Leftrightarrow \overline{CF} = \frac{7}{6} + 3 \\ \Leftrightarrow \overline{CF} &= \frac{25}{6} \text{ cm}.\end{aligned}$$

Como o triângulo BCF é retângulo, $\overline{CF} = \frac{25}{6} = 5 \cdot \frac{5}{6} \text{ cm}$ e $\overline{BF} = \frac{15}{6} = 3 \cdot \frac{5}{6} \text{ cm}$, pode-se afirmar que, pela semelhança com o triângulo retângulo pitagórico de lados 3,4 e 5, o lado BC mede $\overline{BC} = 4 \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{3} \text{ cm}$.

A resposta é

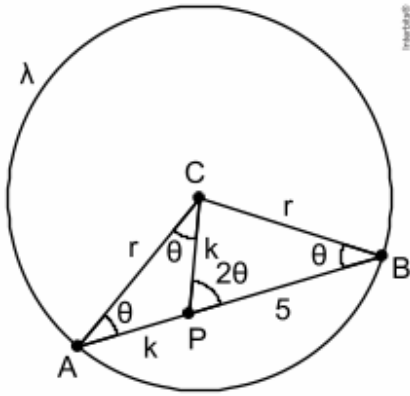
$$\begin{aligned}(FEC) &= \frac{1}{2} \cdot \overline{EF} \cdot \overline{BC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{10}{3} \\ &= \frac{25}{3} \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

Resposta da questão 16:

[B]

Sejam $PAC = \theta$ e r o raio de λ . Como $\overline{AC} = \overline{BC} = r$, segue que $\widehat{ABC} = \theta$. Considere a figura.

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



Se $\overline{PA} = \overline{PC} = k$, então $\angle ACP = \theta$ e, portanto, $\angle APC = 180^\circ - 2\theta$. Daí, pela Lei dos Senos, no triângulo ACP , vem

$$\begin{aligned} \frac{r}{\sin(180^\circ - 2\theta)} &= \frac{k}{\sin\theta} && \Leftrightarrow \frac{r}{\sin 2\theta} = \frac{k}{\sin\theta} \\ &&& \Leftrightarrow \frac{r}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{k}{\sin\theta} \\ &&& \Leftrightarrow r = 2k\cos\theta \end{aligned}$$

Por outro lado, seja M o ponto médio de AB . Logo, tem-se que $\overline{AM} = \frac{1}{2}(k + 5)$. Assim, do triângulo ACM , encontramos

$$\cos\angle PAC = \frac{\overline{AM}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{1}{2r}(k + 5).$$

Em consequência, vem

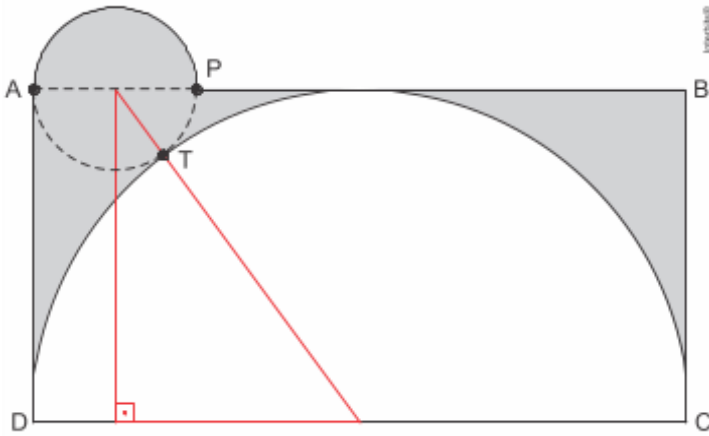
$$r = 2k \frac{1}{2r}(k + 5) \Leftrightarrow r^2 = k^2 + 5k.$$

A resposta é $\pi^2 = \pi(k^2 + 5k)$ u. a.

Resposta da questão 17:

[A]

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA



Considerando o triângulo retângulo desenhado em vermelho na figura acima, e sendo r o raio da circunferência menor e R o raio da circunferência maior, pode-se escrever:

$$(R + r)^2 = R^2 + (R - r)^2$$

mas $R = 4$

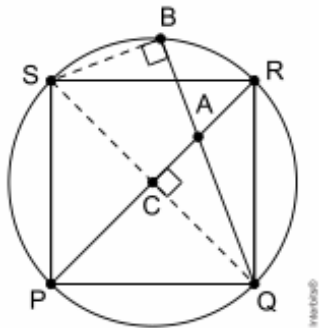
$$(4 + r)^2 = 4^2 + (4 - r)^2 \Rightarrow 16 + 8r + r^2 = 16 + 16 - 8r + r^2 \Rightarrow 16r = 16 \Rightarrow r = 1$$

$$S_{\text{hachurada}} = 4 \cdot 8 - \frac{\pi \cdot 4^2}{2} + \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 32 - 8\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{64 - 15\pi}{2}$$

Resposta da questão 18:

[C]

Considere a figura, em que ℓ é a medida do lado do quadrado PQRS.



É fácil ver que os triângulos BQS e CQA são semelhantes por AA. Ademais, como $\overline{QS} = \ell\sqrt{2}\text{cm}$ e C é ponto médio de QS , temos

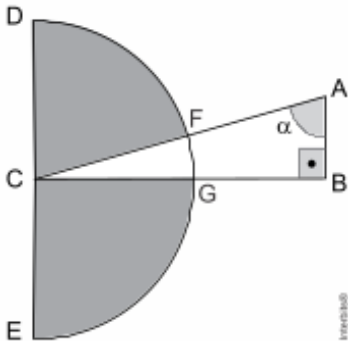
LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

$$\begin{aligned}\frac{\overline{QC}}{\overline{QB}} &= \frac{\overline{QA}}{\overline{QS}} \Leftrightarrow \frac{\frac{\ell\sqrt{2}}{2}}{10} = \frac{6}{\ell\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \ell^2 &= 60 \\ \Rightarrow \ell &= 2\sqrt{15}cm.\end{aligned}$$

Resposta da questão 19:

[D]

Calculando:

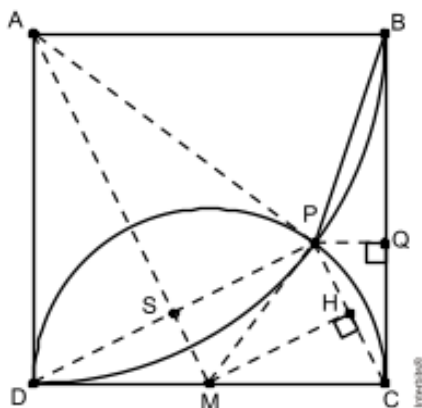


$$\begin{aligned}S_{\text{sombada}} &= S_{\text{semicirculo}} - S_{CFG} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{90^\circ - \alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 12^2 = 69\pi \\ 69\pi &= 144\pi \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{90^\circ - \alpha}{360^\circ} \right) \Rightarrow \frac{69}{144} = \frac{180^\circ - 90^\circ - \alpha}{360^\circ} \Rightarrow \alpha = 82,5^\circ\end{aligned}$$

Resposta da questão 20:

[A]

Considere a figura.



LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

Sejam Q, S e H , respectivamente, o pé da perpendicular baixada de P sobre BC , a interseção de AM com DP e o pé da perpendicular baixada de M sobre CP .

Queremos calcular $\overline{PQ}$.

Como $\overline{AB} = \overline{AP} = 4\text{cm}$, $\overline{MD} = \overline{MP} = 2\text{cm}$ e AM é lado comum, segue-se que os triângulos ADM e APM são congruentes por LLL. Desse modo, AM é mediatriz de DP .

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo APM , vem

$$\begin{aligned}\overline{AM}^2 &= \overline{AP}^2 + \overline{MP}^2 \Leftrightarrow \overline{AM}^2 = 4^2 + 2^2 \\ &\Rightarrow \overline{AM} = 2\sqrt{5}\text{cm}.\end{aligned}$$

Além disso, temos

$$\begin{aligned}\overline{MP}^2 &= \overline{AM} \cdot \overline{MS} \Leftrightarrow 2^2 = 2\sqrt{5} \cdot \overline{MS} \\ &\Leftrightarrow \overline{MS} = \frac{2}{\sqrt{5}}\text{cm}.\end{aligned}$$

É fácil ver que o triângulo CPD é retângulo em P . Logo, $\overline{HP} = \overline{MS}$. Por outro lado, $\overline{CM} = \overline{MP}$ e $HM \perp CP$ implica em $\overline{CH} = \overline{HP}$. Daí, $\overline{CP} = 2 \cdot \overline{HP} = \frac{4}{\sqrt{5}}\text{cm}$.

Finalmente, como os triângulos HMP e QCP são semelhantes, encontramos

$$\begin{aligned}\frac{\overline{PQ}}{\overline{HP}} &= \frac{\overline{CP}}{\overline{MP}} \Leftrightarrow \frac{\overline{PQ}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{2} \\ &\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{4}{5}.\end{aligned}$$

LISTA DE REVISÃO PARA A PROVA DA AFA

