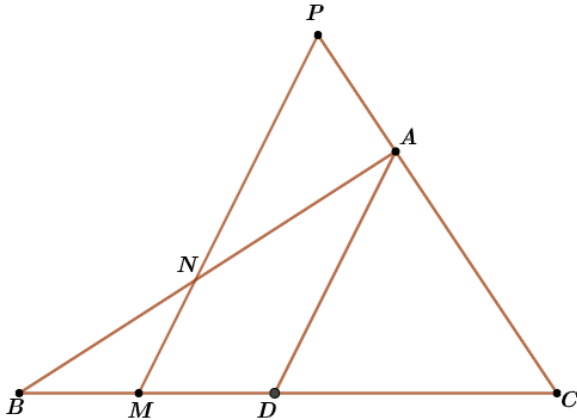


LISTA DE REVISÃO PARA A ESCOLA NAVAL
GEOMETRIA PLANA

Problema 01. Considere o triângulo ABC, onde $\overline{AD}$ é mediana relativa ao lado $\overline{BC}$. Por um ponto arbitrário M do segmento $\overline{BD}$, tracemos o segmento $\overline{MP}$ paralelo a $\overline{AD}$, onde P é o ponto de intersecção desta paralela com o prolongamento do lado $\overline{AC}$ (figura 1). Se N é o ponto de intersecção de $\overline{AB}$ com $\overline{MP}$, podemos afirmar que:



- a) $\overline{MN} + \overline{MP} = 2 \cdot \overline{BM}$
- b) $\overline{MN} + \overline{MP} = 2 \cdot \overline{CM}$
- c) $\overline{MN} + \overline{MP} = 2 \cdot \overline{AB}$
- d) $\overline{MN} + \overline{MP} = 2 \cdot \overline{AD}$
- e) $\overline{MN} + \overline{MP} = 2 \cdot \overline{AC}$

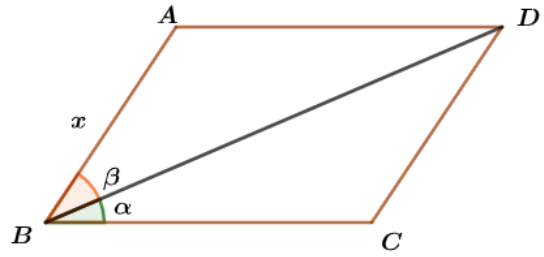
Problema 02. Os catetos b e c de um triângulo retângulo de altura h (relativa à hipotenusa), são dados pelas seguintes expressões:

$b = \sqrt{k + \frac{1}{k}}$ e $c = \sqrt{k - \frac{1}{k}}$ onde k é um número real maior que 1. Então o valor de h em função de k é:

- a) $\frac{\sqrt{k^2-1}}{2k}$
- b) $\frac{k^2-1}{k^2-2}$
- c) $\frac{\sqrt{k^2+1}}{-1-k^2}$
- d) $\frac{\sqrt{2(k^2-1)}}{2k}$
- e) $\sqrt{\frac{k^4-1}{2k^3}}$

Problema 03. Sejam d e L, respectivamente, os comprimentos da diagonal BD e do lado BC do paralelogramo ABCD abaixo. Conhecendo-se os

ângulos α e β , o comprimento x do lado AB é dado por:



- a) $x = \frac{d \cdot \cos \alpha}{\cos(\alpha + \beta)}$
- b) $x = \frac{d \cdot \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$
- c) $x = \frac{L \cdot \sin \alpha}{\cos(\alpha + \beta)}$
- d) $x = \frac{L \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$
- e) n. d. a

Problema 04. Seja um triângulo ABC, onde $\overline{AB} = 27$, $\overline{AC} = 26$ e $\overline{BC} = 25$. Seja I o ponto de intersecção das bissetrizes internas do triângulo ABC. A medida do segmento BI é:

- a) 15
- b) $5 - \sqrt{26} + 3\sqrt{3}$
- c) $3\sqrt{26}$
- d) $\frac{2}{3}\sqrt{546}$
- e) $9\sqrt{3}$

Problema 05. ABC é um triângulo, Q é o ponto médio de $\overline{BC}$ e o ponto P (sobre AB) é tal que $\overline{AP} = \frac{2}{3} \cdot \overline{AB}$, M é o ponto de intersecção das retas CP e AQ. A razão entre as áreas dos triângulos AMB e ABC é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{3}{7}$
- c) $\frac{2}{5}$
- d) $\frac{7}{18}$
- e) $\frac{1}{4}$

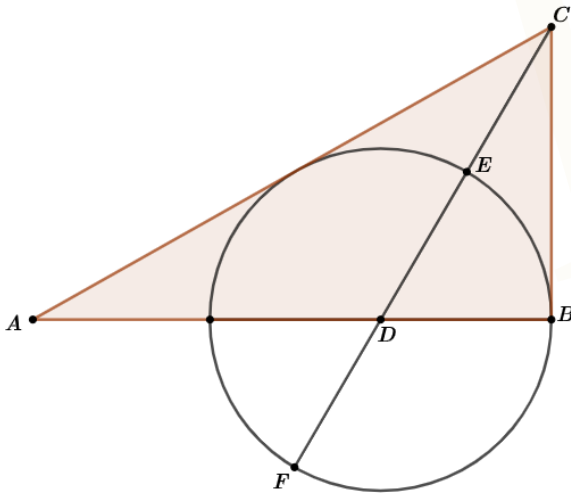
Problema 06. ABCD é um quadrado de lado 12. E é o ponto do lado CD tal que $DE=4$. M é o ponto médio de AE. A mediatriz de AE intersecta o lado BC no ponto Q. Calcule o raio do círculo circunscrito ao quadrilátero EMQC.

- a) $\frac{\sqrt{85}}{3}$
 b) $\frac{2\sqrt{85}}{3}$
 c) $\sqrt{85}$
 d) $\frac{4\sqrt{85}}{3}$
 e) $\frac{5\sqrt{85}}{3}$

Problema 07. Considere o triângulo ABC de área S, baricentro G e medianas $\overline{CM}$ e $\overline{BN}$. A área do quadrilátero AMGN é igual a

- a) $\frac{S}{2}$
 b) $\frac{2S}{3}$
 c) $\frac{S}{3}$
 d) $\frac{S}{4}$
 e) $\frac{3S}{4}$

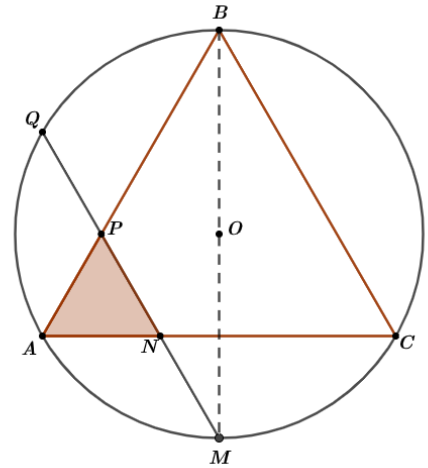
Problema 08. Seja um triângulo ABC, retângulo em B, com $\overline{AB} = 8\sqrt{2}$ e $\overline{BC} = 6\sqrt{2}$. Sabendo que CD é bissetriz de ACB, D é centro da circunferência de raio BD e x é a razão $\frac{EF}{CE}$, podemos afirmar que x é tal que:



- a) $0 < x \leq 0,5$
 b) $0,5 < x \leq 1$
 c) $1 < x \leq 1,5$
 d) $1,5 < x \leq 2$
 e) $2 < x \leq 2,5$

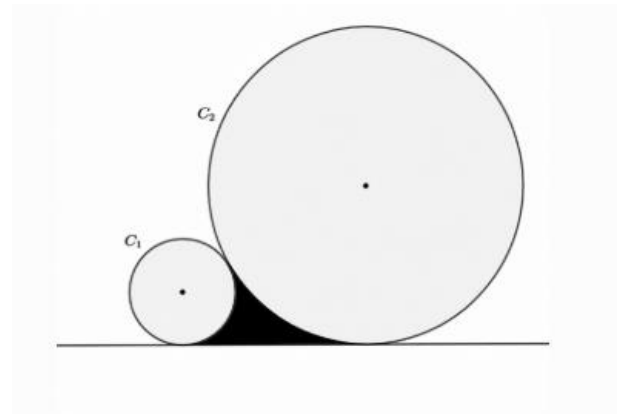
Problema 09 Na figura a seguir o triângulo ABC é equilátero e está inscrito em uma circunferência de centro O e raio r. Se os

segmentos BC e MQ são paralelos, então a área do triângulo APN é:



- a) $\frac{\sqrt{3}}{2} r^2$
 b) $\frac{\sqrt{2}}{3} r^2$
 c) $\frac{\sqrt{3}}{6} r^2$
 d) $\frac{\sqrt{2}}{4} r^2$
 e) $\frac{\sqrt{3}}{12} r^2$

Problema 10. Sejam C_1 e C_2 dois círculos de raios 1cm e 3cm, respectivamente, apoiados em uma reta horizontal e tangentes no ponto D, conforme a figura.



O raio do círculo C_3 cuja área coincide, numericamente, com o perímetro da região compreendida entre os círculos C_1 e C_2 é, em cm:

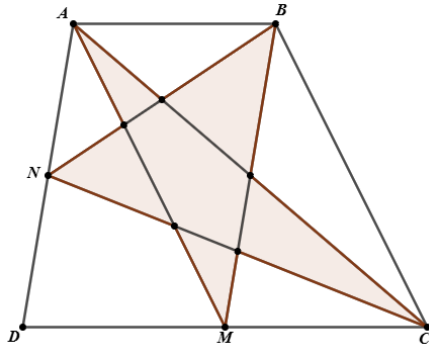
- a) $\sqrt{\frac{5}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{\pi}}$
 b) $\sqrt{\frac{5}{3} + \frac{4}{\pi}}$

c) $\sqrt{5 + \frac{6\sqrt{3}}{\pi}}$

d) $\sqrt{\frac{5\pi}{3}} + 2\sqrt{3}$

e) $\sqrt{\frac{5}{3}} + 2\sqrt{3}\pi$

Problema 11. Na figura abaixo, sabe-se que $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{CD} = 2 \cdot \overline{AB}$ e que M e N são pontos médios dos lados $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$. A razão entre a área da região hachurada e a área do quadrilátero ABCD é:



a) $\frac{7}{18}$

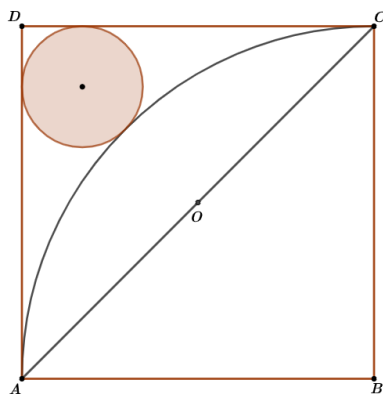
b) $\frac{7}{36}$

c) $\frac{14}{19}$

d) $\frac{14}{25}$

e) $\frac{7}{25}$

Problema 12. Considere o quadrado ABCD abaixo de lado igual a 1 cm. Calcule a medida do raio do círculo hachurado, sabendo que é tangente aos lados e ao arco.



a) $1 + \sqrt{2}$

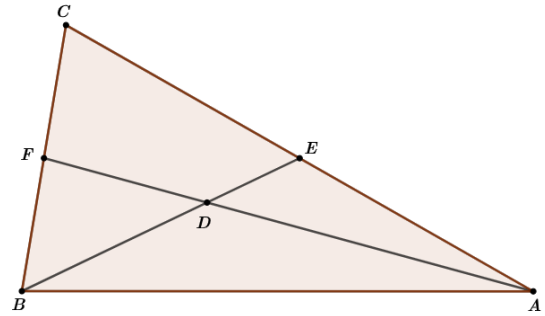
b) $3 - 2\sqrt{2}$

c) $2 - \sqrt{2}$

d) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Problema 13. Calcule a área do triângulo abaixo, sabendo que $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{DE} = 2\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ e que $\overline{BF} = \overline{FC} = 3\text{cm}$.



a) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

b) $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$

c) $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$

d) $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$

e) $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$

Problema 14. Seja ABC um triângulo acutângulo e D é um ponto sobre o lado BC tal que $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{2}{3}$, enquanto E é um ponto sobre o lado AC tal que $\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = \frac{3}{4}$. Sabendo que AD e BE se intersectam num ponto F, o valor de $\frac{\overline{AF}}{\overline{FD}} \cdot \frac{\overline{BF}}{\overline{FE}}$ é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{6}$

c) $\frac{9}{8}$

d) $\frac{35}{12}$

e) $\frac{36}{25}$

Problema 15. A, B e C são três pontos de uma circunferência de raio r, tais que B pertence ao menor dos arcos de extremidades A e C. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são iguais aos lados quadrado e do hexágono regular inscritos na circunferência, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a:

a) r

b) $r\sqrt{\sqrt{3} + 2}$

c) $\frac{r}{2}(\sqrt{2} - 1)$

d) $r\sqrt{\sqrt{5}}$

e) $\frac{r\sqrt{3}}{2}$

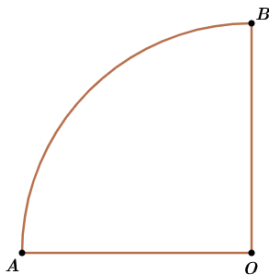
Problema 16. As medidas a , b e c dos lados de um triângulo estão em progressão aritmética e os comprimentos das alturas do mesmo triângulo também estão em progressão aritmética. Sob tais condições, é necessariamente verdade que:

- a) $\hat{A} = 30^\circ$
- b) $\hat{B} = 45^\circ$
- c) $\hat{B} = 60^\circ$
- d) $\hat{C} = 120^\circ$
- e) $\hat{A} = \hat{C} \neq \hat{B}$

Problema 17. Um trapézio possui diagonais perpendiculares e altura igual a 10cm. Se uma das diagonais mede 13 cm, a área do trapézio é igual a:

- a) $\sqrt{69}$
- b) $\frac{\sqrt{69}}{69}$
- c) $\frac{130\sqrt{69}}{69}$
- d) $845\sqrt{69}$
- e) $\frac{845\sqrt{69}}{69}$

Problema 18. A figura representa a quarta parte de um círculo unitário de centro O . No arco AB , consideram-se os pontos P e Q de forma tal que a reta PQ seja paralela à reta AB . Sejam X e Y os pontos de intersecção da reta PQ com as retas AO e OB respectivamente. Diante dos fatos, $\overline{PX}^2 + \overline{PY}^2$ é igual a:



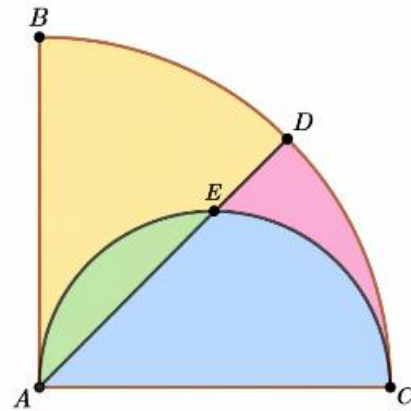
- a) $\frac{1}{2}$
- b) 1
- c) 2
- d) $\sqrt{2}$
- e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Problema 19. Um painel decorativo tem a forma de um quarto de círculo de raio 4 e foi dividido em quatro regiões coloridas, conforme ilustrado na figura. O segmento AD divide o setor circular em duas regiões de mesma área, enquanto o arco

interno é uma semicircunferência de diâmetro AC . Se as áreas das regiões verde, azul, rosa e amarela são representadas, respectivamente, por x , y , z e w , então o valor de

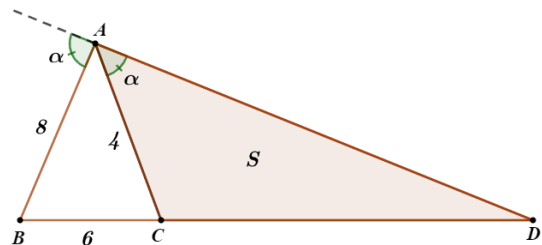
$$(y + w) - (x + z)$$

é igual a :



- a) 0
- b) 2
- c) 4
- d) 6
- e) 8

Problema 20. Em uma operação de reconhecimento costeiro, uma embarcação ocupa a posição A , enquanto dois pontos de referência fixos estão localizados em B e C . Após determinar as distâncias $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 4$ e $\overline{BC} = 6$, o oficial de navegação define uma nova rota passando por A e D , de forma que os ângulos indicados na figura sejam congruentes. Com base nessas informações, a área da região triangular ACD é igual a:



- a) $2\sqrt{15}$
- b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$
- c) $3\sqrt{15}$
- d) $4\sqrt{15}$
- e) $5\sqrt{15}$

GABARITO

1.D	6.B	11.A	16.C
2.E	7.C	12.B	17.E
3.B	8.D	13.A	18.C
4.A	9.E	14.D	19.E
5.C	10.A	15.B	20.C

P