

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA



Sabe-se que o perímetro do triângulo ABC mede 30 cm, o lado BC mede 10 cm e o segmento DE mede 24 cm. O valor, em cm, do módulo da diferença entre as medidas dos lados AB e AC é igual a:

- a) 2.
- b) 4.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 12.

2. (Espcex (Aman)) Considere ABC um triângulo retângulo em B e uma circunferência λ a ele inscrita, sendo $D \in AB$, e $F \in AC$ os pontos de tangência entre os lados do triângulo e a circunferência. Sabendo-se que os catetos AB e BC medem, respectivamente, 16 cm e 12 cm, calcule, em cm^2 , a área do quadrilátero DBEF.

- a) $\frac{136}{5}$.
- b) $\frac{216}{5}$.
- c) $\frac{480}{5}$.
- d) $\frac{128}{5}$.
- e) $\frac{96}{5}$.

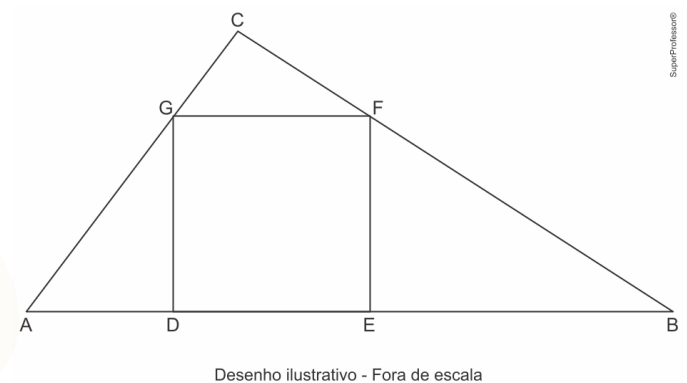
3. (Espcex (Aman)) Um quadrilátero ABCD tem as diagonais perpendiculares entre si medindo 5 cm e 7 cm. A área do quadrilátero, em cm^2 , é igual a:

- a) 6
- b) 7
- c) 12

1. (Espcex (Aman)) Em um triângulo ABC, traçam-se as bissetrizes interna AD e externa AE em relação ao vértice A, conforme figura abaixo.

- d) 17,5
- e) 35

4. (Espcex (Aman)) Um fazendeiro possui, dentro de sua área, um terreno triangular disponível. Pretende-se utilizá-lo para a construção de um lago, que deverá ter o formato quadrado (de lado l). A figura a seguir ilustra a situação:

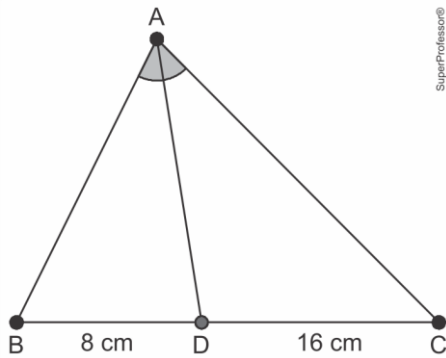


O triângulo ABC representa o terreno, com a base $\overline{AB}$ medindo 35 m e a altura correspondente igual a 15 m; o quadrado DEFG representa o futuro lago. Sabendo que $\overline{DE}$ é parte de $\overline{AB}$ e que os vértices F e G do quadrado pertencem, respectivamente, aos lados $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ do triângulo, a medida l dos lados do lago deverá ser igual a:

- a) 10m
- b) 10,5m
- c) 12m
- d) 20m
- e) 26,25 m

5. (Espcex (Aman)) Observe o triângulo ABC abaixo:

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA



Desenho ilustrativo - Fora de escala

Sabendo que o segmento de reta AD é a bissetriz do ângulo do vértice A, que o perímetro do triângulo ABC é igual a 54 cm e que as medidas dos segmentos de retas BD e DC valem, respectivamente, 8 cm e 16 cm, o produto das medidas dos lados AB e AC, em cm^2 , é igual a:

- a) 125
- b) 151
- c) 176
- d) 200
- e) 225

6. (Espcex (Aman)) Em um polígono regular ABCDEFG..., as interseções da mediatriz relativa ao lado CD com a bissetriz interna relativa ao vértice A e com o lado CD são, respectivamente, os pontos O_1 e M_1 . Sabendo que o ângulo $\widehat{AO_1M_1}$ é igual a 75° e que o lado BC está contido no interior do ângulo $\widehat{AO_1M_1}$, o número de diagonais do polígono ABCDEFG... é igual a:

- a) 35
- b) 44
- c) 54
- d) 65
- e) 77

7. (Espcex (Aman)) Um depósito de munições no formato retangular será construído em um campo de instrução do Exército Brasileiro. A planta da construção prevê que esse retângulo esteja inscrito em uma área cujo formato é de um triângulo isósceles de base 24m e altura 16m. A área máxima do depósito que atende a essas condições é igual a:

- a) 32 m^2
- b) 48 m^2
- c) 64 m^2
- d) 72 m^2
- e) 96 m^2

8. (Espcex (Aman)) Um polígono regular tem 36 diagonais passando pelo seu centro. Cada ângulo interno desse polígono mede

- a) 350° .
- b) 180° .
- c) 175° .
- d) 170° .
- e) 72° .

9. (Espcex (Aman)) Quais as medidas, em centímetros, dos lados do retângulo de maior área que está contido em um triângulo equilátero de lado 8 cm, estando a base do retângulo situada num lado desse triângulo?

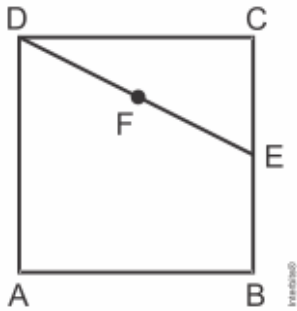
- a) 2 e $3\sqrt{2}$
- b) 4 e $\sqrt{3}$
- c) 4 e $3\sqrt{2}$
- d) 2 e $2\sqrt{3}$
- e) 4 e $2\sqrt{3}$

10. (Espcex (Aman)) Os lados AB, AC e BC de um triângulo ABC medem, respectivamente, 4cm, 4cm e 6cm. Então a medida, em cm da mediana relativa ao lado AB é igual a

- a) $\sqrt{14}$
- b) $\sqrt{17}$
- c) $\sqrt{18}$
- d) $\sqrt{21}$
- e) $\sqrt{22}$

11. (Espcex (Aman)) Na figura a seguir, ABCD é um quadrado, E é o ponto médio de BC e F é o ponto médio de DE

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA



A razão entre as áreas do quadrado ABCD e do triângulo AEF, nessa ordem, é

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. (Espcex (Aman)) Se a medida do raio da circunferência circunscrita a um octógono regular é R , então a medida do raio da circunferência inscrita a esse octógono é igual a

- a) $\frac{R}{2}\sqrt{1+\sqrt{2}}$.
- b) $\frac{R}{2}\sqrt{1+\sqrt{3}}$.
- c) $\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.
- d) $\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$.
- e) $\frac{R}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

13. (Espcex (Aman)) Um trapézio ABCD, retângulo em A e D, possui suas diagonais perpendiculares. Sabendo-se que os lados AB e CD medem, respectivamente, 2cm e 18cm então a área, em cm^2 , desse trapézio mede

- a)
- b)
- c)
- d) 30.
- e)

14. (Espcex (Aman)) Os centros de dois círculos distam 25 cm. Se os raios desses círculos medem

20cm e 15 cm, a medida da corda comum a esses dois círculos é

- a) 12 cm.
- b) 24 cm.
- c) 30 cm.
- d) 32cm.
- e) 26 cm.

15. (Espcex (Aman)) Em um triângulo ABC, $BC = 12 \text{ cm}$ e a mediana relativa a esse lado mede 6cm. Sabendo-se que a mediana relativa ao lado AB mede 9 cm, qual a área desse triângulo?

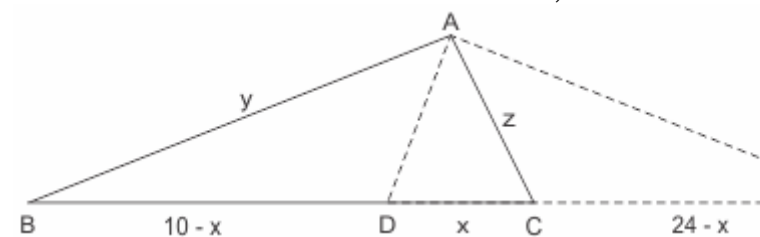
- a) $\sqrt{35}\text{cm}^2$.
- b) $2\sqrt{35}\text{cm}^2$.
- c) $6\sqrt{35} \text{ cm}^2$.
- d) $\frac{\sqrt{35}}{2}\text{cm}^2$.
- e) $3\sqrt{35} \text{ cm}^2$.

Gabarito

Resposta da questão 1:

[B]

Utilizando o perímetro do triângulo ABC e os teoremas da bissetriz interna e externa, temos:



$$\begin{cases} 10 + y + z = 30 \\ \frac{y}{10-x} = \frac{z}{x} \\ \frac{y}{34-x} = \frac{z}{24-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + z = 20 \\ xy = 10z - xz \\ 24y - xy = 34z - xz \end{cases} \begin{matrix} \text{(I)} \\ \text{(II)} \\ \text{(III)} \end{matrix}$$

Substituindo (I) em (II):

$$\begin{aligned} x \cdot 20 &= 10z \\ z &= 2x \quad \text{(IV)} \end{aligned}$$

Substituindo (IV) em (I):

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA

$$y + 2x = 20$$

$$y = 20 - 2x \quad (V)$$

Substituindo (IV) e (V) em (III):

$$x(2x - 20 + 2x) = 34 \cdot 2x - 24(20 - 2x)$$

$$2x^2 - 20x + 2x^2 = 68x - 480 + 48x$$

$$4x^2 - 136x + 480 = 0$$

$$x^2 - 34x + 120 = 0$$

$$x = 4 \text{ ou } x = 30$$

Como $10 - x > 0$, devemos ter que $x = 4$. Logo:

$$y = 20 - 2 \cdot 4 = 12$$

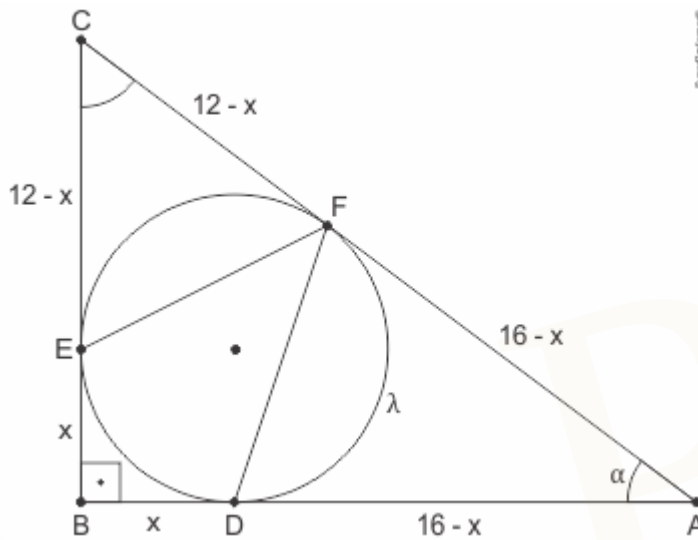
$$z = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\therefore |y - z| = 4$$

Resposta da questão 2:

[A]

Da figura abaixo, obtemos



$$AC^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow AC = 20 \text{ cm}$$

$$12 - x + 16 - x = 20 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\text{cos} \alpha = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

A área do quadrilátero DBEF pode ser obtida por:

$$A_{DBEF} = A_{ABC} - A_{ADF} - A_{CEF}$$

$$A_{DBEF} = \frac{16 \cdot 12}{2} - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \text{sen} \alpha - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \cdot \text{sen} \beta$$

$$A_{DBEF} = 96 - 72 \cdot \frac{3}{5} - 32 \cdot \frac{4}{5}$$

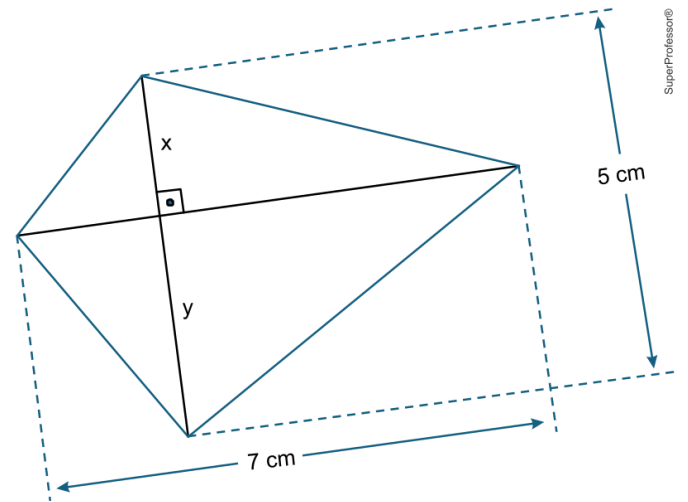
$$\therefore A_{DBEF} = \frac{136}{5} \text{ cm}^2$$

Resposta da questão 3:

[D]

A área do quadrilátero ABCD será a soma das áreas de dois triângulos um de base 7 e altura x e

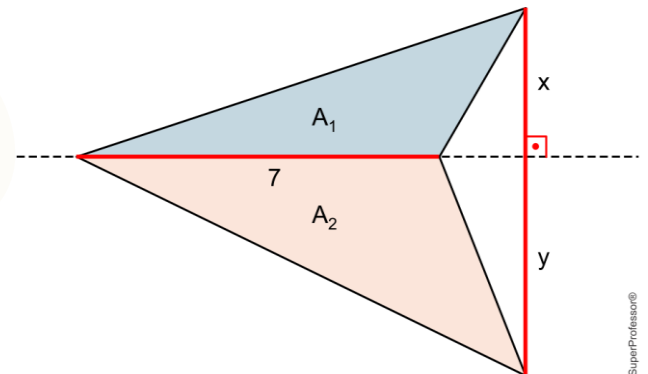
outro de base 7 e altura y, como nos mostra a figura abaixo:



Calculando a área A deste quadrilátero, temos:

$$A = \frac{7 \cdot x}{2} + \frac{7 \cdot y}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot (x + y)}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot (5)}{2} \Rightarrow A = 17,5 \text{ cm}^2$$

Considerando um quadrilátero não convexo com diagonais contidas em retas perpendiculares.



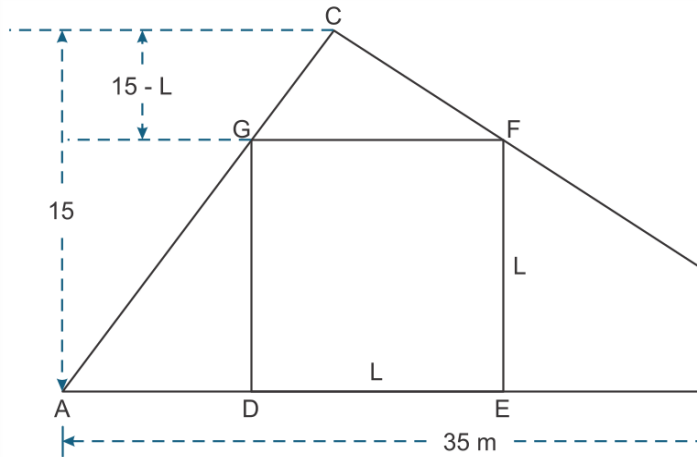
$$A = A_1 + A_2 = \frac{7 \cdot x}{2} + \frac{7 \cdot y}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot (x + y)}{2} \Rightarrow A = \frac{7 \cdot (5)}{2} \Rightarrow A = 17,5 \text{ cm}^2$$

O resultado é o mesmo.

Resposta da questão 4:

[B]

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA



$$\triangle GFC \sim \triangle ABC$$

$$\frac{15 - L}{15} = \frac{L}{35} \Rightarrow \frac{15 - L}{3} = \frac{L}{7} \Rightarrow 3L = 105 - 7L \Rightarrow$$

$$10L = 105 \Rightarrow L = 10,5$$

Resposta da questão 5:

[D]

Considerando que $AB = x$ e que $AC = 30 - x$, podemos utilizar o teorema da bissetriz interna e escrever que:

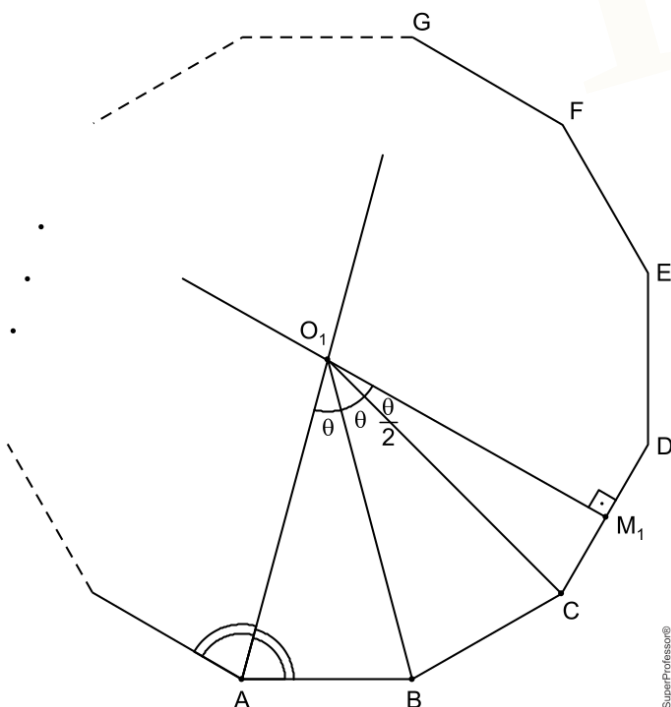
$$\frac{x}{8} = \frac{30 - x}{16} \Rightarrow 16x = 240 - 8x \Rightarrow 24x = 240 \Rightarrow x = 10$$

$$\therefore AB \cdot AC = 10 \cdot (30 - 10) = 200$$

Resposta da questão 6:

[C]

Como a bissetriz e a mediatriz do polígono se interceptam no seu centro, é possível obter o ângulo central relativo ao arco $\overline{AB}$:



$$\theta + \theta + \frac{\theta}{2} = 75^\circ$$

$$\frac{5\theta}{2} = 75^\circ$$

$$\theta = 30^\circ$$

Sendo assim, o número de lados desse polígono é:

$$n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

E o seu número de diagonais vale:

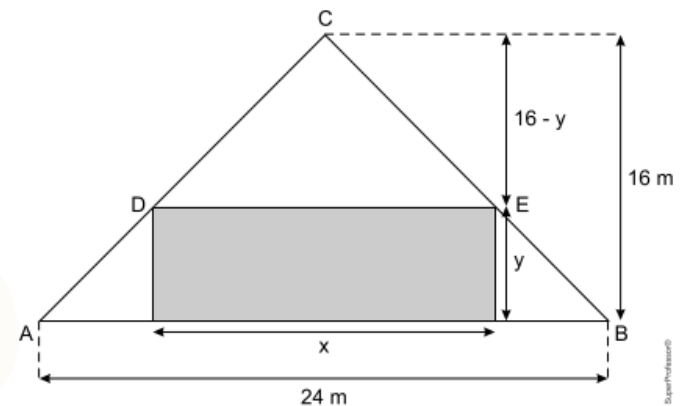
$$d = \frac{12 \cdot (12 - 3)}{2}$$

$$\therefore d = 54$$

Resposta da questão 7:

[E]

Sendo x e y as dimensões do retângulo, por semelhança entre os triângulos ABC e DEC , temos:



$$\frac{x}{24} = \frac{16 - y}{16}$$

$$2x = 48 - 3y$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 16$$

A área do depósito é dada por:

$$A = xy = -\frac{2}{3}x^2 + 16x$$

Logo, a sua área máxima vale:

$$A_{\text{máx}} = y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$A_{\text{máx}} = -\frac{16^2 - 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 0}{4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{256}{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore A_{\text{máx}} = 96 \text{ m}^2$$

Resposta da questão 8:

[C]

Um polígono de n lados possui $n/2$ diagonais passando pelo seu centro. Logo:

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA

$$\frac{n}{2} = 36$$

$$n = 72$$

Sendo assim, cada ângulo interno desse polígono vale:

$$a_i = \frac{180^\circ \cdot (72 - 2)}{72} = 175^\circ$$

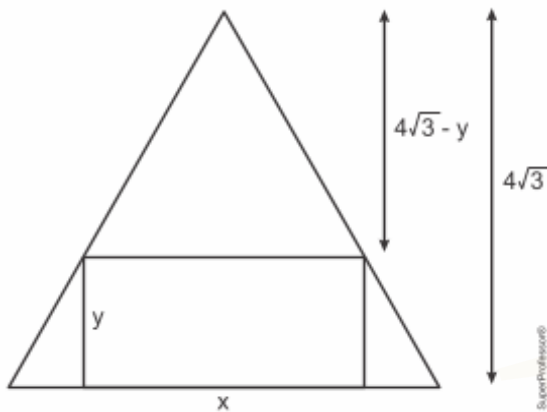
Resposta da questão 9:

[E]

Valor da altura do triângulo equilátero:

$$h = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Sendo x e y as dimensões do retângulo, por semelhança de triângulos, temos:



$$\frac{4\sqrt{3} - y}{4\sqrt{3}} = \frac{x}{8} \Rightarrow 32\sqrt{3} - 8y = 4\sqrt{3}x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{3} - 2y = \sqrt{3}x \Rightarrow y = \frac{-\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}}{2}$$

Área do retângulo:

$$A = xy = x \cdot \left(\frac{-\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A = \frac{-\sqrt{3}x^2}{2} + 4\sqrt{3}x$$

Portanto, os valores de x e y que maximizam a área são:

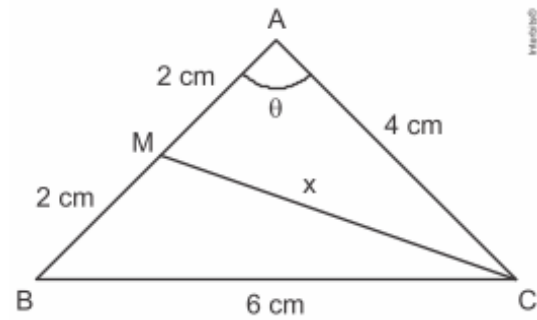
$$x = x_v = -\frac{4\sqrt{3}}{2 \cdot \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \right)} = 4$$

$$y = \frac{-4\sqrt{3} + 8\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Resposta da questão 10:

[E]

Temos a seguinte situação:



Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ABC, vem:

$$6^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cos \theta$$

$$36 = 32 - 32 \cos \theta$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{8}$$

Aplicando agora a lei dos cossenos no triângulo AMC, obtemos:

$$x^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{8} \right)$$

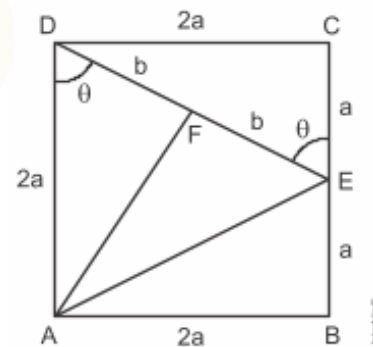
$$x^2 = 20 + 2$$

$$\therefore x = \sqrt{22} \text{ cm}$$

Resposta da questão 11:

[D]

Observe a figura:



Temos que:

$$\sin \theta = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$$

$$A_{AEF} = A_{AED} - A_{AFD}$$

$$A_{AEF} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot b \cdot \sin \theta$$

$$A_{AEF} = 2a^2 - a \cdot b \cdot \frac{a}{b}$$

$$A_{AEF} = 2a^2 - a^2$$

$$A_{AEF} = a^2$$

Logo:

$$\frac{A_{ABCD}}{A_{AEF}} = \frac{(2a)^2}{a^2}$$

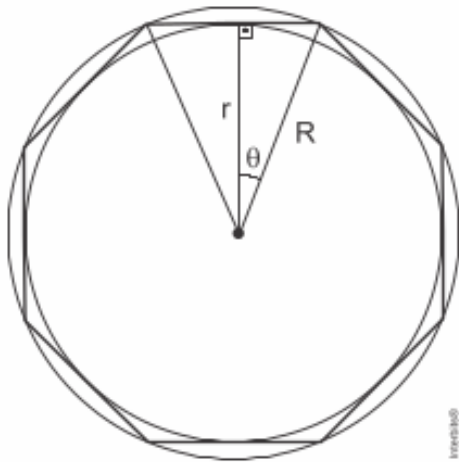
$$\therefore \frac{A_{ABCD}}{A_{AEF}} = 4$$

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA

Resposta da questão 12:

[C]

Da figura abaixo, temos que:



$$2\theta = \frac{360^\circ}{8} \Rightarrow \theta = 22,5^\circ$$

E:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos \theta = 2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 \Rightarrow \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\cos \theta + 1}{2}}$$

$$\cos 22,5^\circ = \sqrt{\frac{\cos 45^\circ + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{2}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

Portanto:

$$\cos 22,5^\circ = \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\therefore r = \frac{R}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

Resposta da questão 13:

[B]

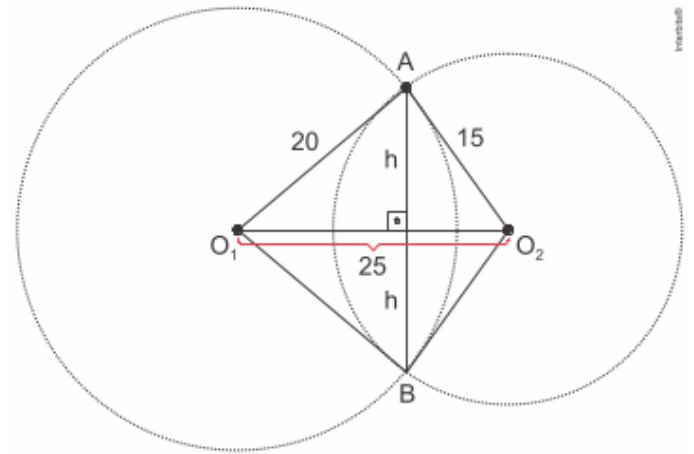
Sabendo que a altura de todo trapézio retângulo de diagonais perpendiculares é dada pela média geométrica das bases, temos $h = \sqrt{2 \cdot 18} = 6\text{cm}$

Portanto, segue que a resposta é igual a

$$(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot (2 + 18) \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2.$$

Resposta da questão 14:

[B]



Considerando a figura acima, temos:

O triângulo AO_1O_2 é retângulo em A, pois:

$$25^2 = 15^2 + 20^2$$

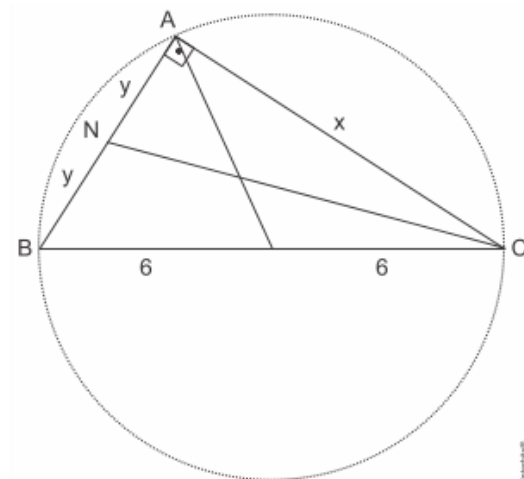
Logo, o segmento de medida h é altura desse triângulo.

$$20 \cdot 15 = 25 \cdot h \Rightarrow h = 12$$

Portanto, $AB = 2 \cdot h = 24\text{cm}$ **Resposta da questão 15:**

[C]

Considerando que $BC = 12\text{cm}$ e que a mediana relativa a este lado mede 6cm , podemos considerar que o triângulo ABC é retângulo em A, pois pode ser inscrito em uma semicircunferência com mostra a figura abaixo:



$$\text{No } \triangle ABC: x^2 + (2y)^2 = 12^2 \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 144 \quad (\text{I})$$

$$\text{No } \triangle ANC: x^2 + y^2 = 9^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 81 \quad (\text{II})$$

Fazendo (I) - (II), obtemos:

$$3y^2 = 63 \Rightarrow y = \sqrt{21}$$

$$x^2 + (\sqrt{21})^2 = 81 \Rightarrow x = 2 \cdot \sqrt{15}$$

Portanto, a área do triângulo ABC será dada por:

REVISÃO- GEOMETRIA PLANA

$$S = \frac{2y \cdot x}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{21} \cdot 2 \cdot \sqrt{15}}{2} = 6 \cdot \sqrt{35}$$

P