



EDIÇÃO COMENTADA

UERJ

Discursiva 2026

Gabarito comentado e mapa de conteúdos

PROF. YURI POLITANO

POLITANO APROVA · MATEMÁTICA COM PROPÓSITO

LEITURA ESTRATÉGICA

Mapa da prova

A prova combina leitura de dados, modelagem algébrica, geometria, combinatória e probabilidade. O avanço de dificuldade é gradual, com maior concentração de raciocínio espacial e contagem nas questões finais.

10

questões discursivas

6

grandes eixos de conteúdo

3

questões de maior complexidade

Q	Conteúdo principal	Nível sugerido
01	Estatística e razão percentual	Básico
02	Porcentagem e proporcionalidade	Básico
03	Matemática financeira: juros compostos	Básico
04	Geometria plana, semelhança e irracionais	Intermediário
05	Trigonometria no triângulo retângulo e área	Básico– intermediário
06	Raciocínio combinatório em configuração circular	Intermediário
07	Funções afim e quadrática; valor máximo	Intermediário
08	Geometria espacial, planificação e Pitágoras	Avançado
09	Permutação com repetição e orientação espacial	Avançado
10	Probabilidade, independência e evento complementar	Básico– intermediário

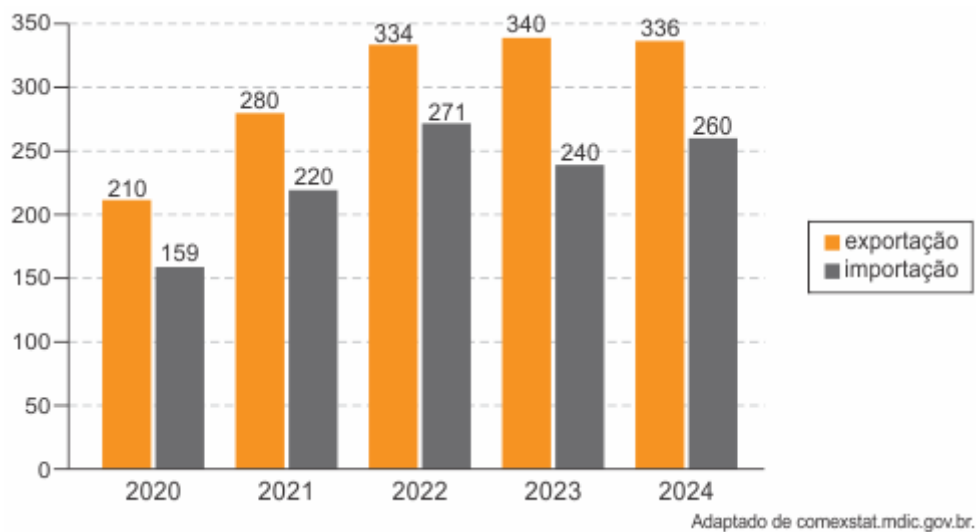
Como usar este material Resolva primeiro o caderno de questões sem consultar as soluções. Depois, compare o seu raciocínio com o gabarito comentado e registre os pontos que merecem revisão.

PARTE I

Caderno de questões

QUESTÃO 01

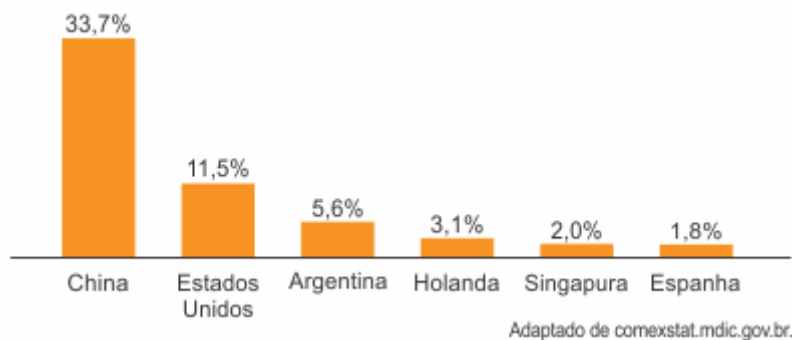
No gráfico a seguir, estão representados os totais de exportações e de importações brasileiras, entre os anos de 2020 e 2024, calculados em bilhões de dólares.



Considere que, nesse período, a média anual das exportações brasileiras é M_E e a média das importações é M_I . Calcule a razão percentual $\frac{M_E}{M_I}$.

QUESTÃO 02

Os dados apresentados a seguir, disponibilizados pelo Ministério do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços, mostram a distribuição percentual do total das exportações do Brasil para alguns países parceiros comerciais em junho de 2025. Observe que as exportações para os Estados Unidos representam 11,5% desse total.



Considerando que 40% das exportações para os Estados Unidos foram sobretaxadas pelo tarifaço

do presidente Donald Trump, calcule o percentual total das exportações brasileiras atingidas por essa sobretaxação.

QUESTÃO 03

Um pequeno comerciante pediu, no dia 05/01/2025, em uma cooperativa de crédito, um empréstimo de R\$ 10.000,00 para ser pago 10 meses depois, no dia 05/11/2025. O empréstimo foi feito no regime de juros compostos, com taxa de 2% ao mês. Considere a tabela:

X	X^{10}
1,2	6,192
1,02	1,219
1,002	1,020

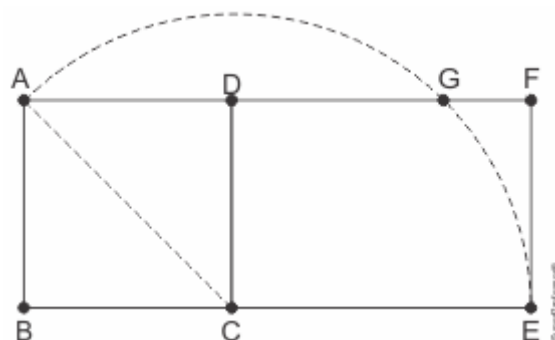
Calcule o valor que esse comerciante deve pagar na data estabelecida.

QUESTÃO 04

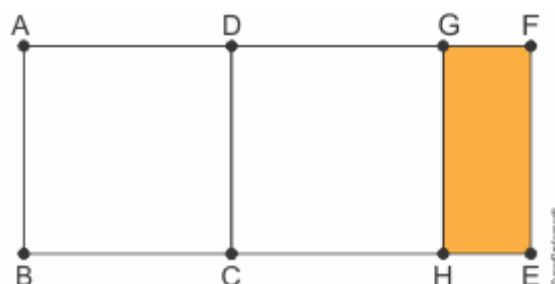
Chama-se retângulo de prata o retângulo cuja razão entre o maior e o menor lado é igual ao número de prata p . Considere os seguintes passos de construção do retângulo de prata ABEF:

1. traçou-se um quadrado ABCD com 1 dm de lado;
2. em seguida, tomando-se C como centro e AC como raio, traçou-se o arco de circunferência AGE, sendo G o ponto de interseção do arco com a reta AF e E o ponto de interseção do arco com a reta BC.

Observe o esquema:



Retirando-se os quadrados ABCD e CDGH desse retângulo, obtém-se o retângulo EFGH. Observe:

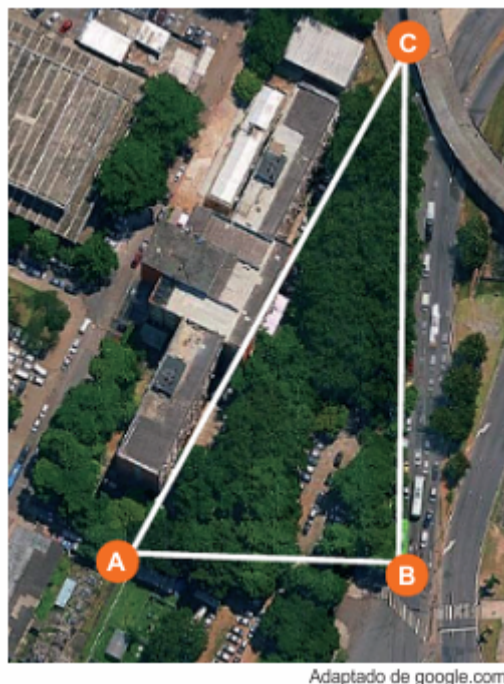


Sabe-se que os retângulos ABEF e EFGH são semelhantes se $\frac{BE}{AB} = \frac{EF}{EH} = p$.

Demonstre que esses retângulos são semelhantes e calcule p .

QUESTÃO 05

No *campus* Maracanã da Uerj, junto ao prédio conhecido como Haroldinho, há um estacionamento protegido por árvores com copas generosas. A área desse estacionamento se aproxima da área de um triângulo retângulo ABC, conforme indica a figura.



Adaptado de google.com.

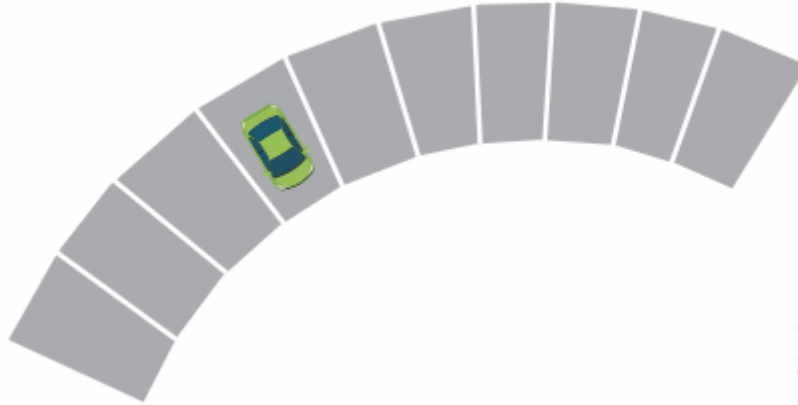
ÂNGULO	SEN	COS	TG
30°	0,5	0,85	0,58
45°	0,71	0,71	1
60°	0,85	0,5	1,73

Admita que o cateto AB desse triângulo mede 70 m, que $\widehat{ABC} = 90^\circ$ e que $\widehat{CAB} = 60^\circ$.

Considerando os valores apresentados na tabela, calcule a área do triângulo ABC.

QUESTÃO 06

Em um determinado dia, um estacionamento circular com 54 vagas tem a seguinte ocupação de apenas dez de suas vagas:



Sabe-se que, nesse dia, em dado momento, o estacionamento tem um total de x carros estacionados, ocupando x vagas das 54 existentes. Nesse momento, o próximo carro que chegar para estacionar só encontrará vagas desocupadas ao lado de pelo menos um outro carro já estacionado.

Calcule o menor valor de x .

QUESTÃO 07

Em um laboratório de Fisiologia Vegetal, um biólogo observou o crescimento de duas plantas que germinaram ao mesmo tempo. Ao longo de 12 dias, ele registrou, diariamente, a altura de cada planta. Com a colaboração de um colega matemático, foram construídos dois modelos que relacionam a altura y , em centímetros, com o número x de dias decorridos, conforme descritos a seguir, válidos para os 12 dias.

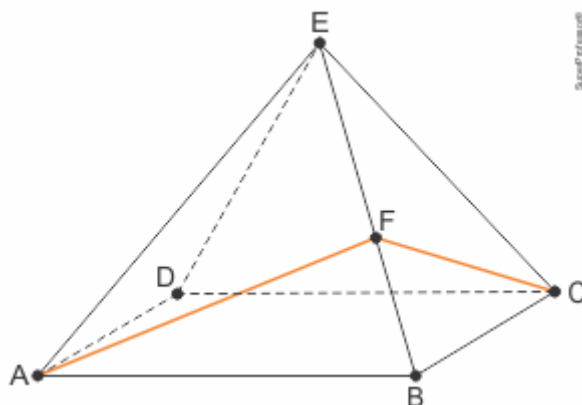
Planta 1: modelada por uma função afim cujo gráfico contém o ponto $(4, 5)$.

Planta 2: modelada pela função quadrática definida pela equação $y = \frac{3x}{2} - \frac{x^2}{16}$.

Calcule o dia no qual as duas plantas apresentam a mesma altura. Calcule, também, a altura máxima de cada uma das plantas no intervalo de tempo observado.

QUESTÃO 08

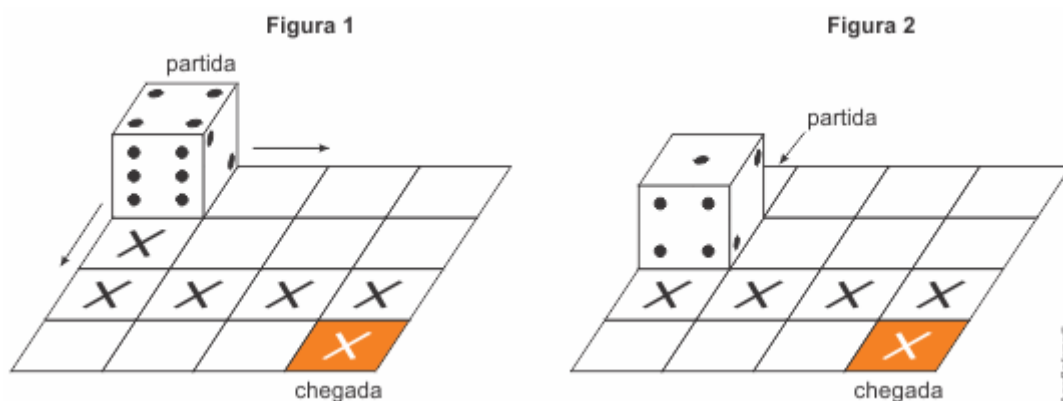
Uma pirâmide quadrangular regular de base ABCD tem todas as arestas congruentes. Sobre suas faces laterais, um ponto material se desloca do vértice A da base ao vértice oposto C, percorrendo o menor caminho possível, no caso AFC, que mede $2\sqrt{3} \text{ cm}$, conforme representado na figura.



Calcule a medida da altura dessa pirâmide.

QUESTÃO 09

Em um jogo, foram utilizados um tabuleiro quatro por quatro e um dado cúbico, no qual a soma dos números em suas faces opostas vale sempre 7. Admita que esse dado só pode rodar para a direita ou para frente, em torno de sua aresta, cobrindo um quadradinho do tabuleiro. Na figura 1, a seguir, estão indicados o ponto de partida, no vértice ilustrado do tabuleiro, e o ponto de chegada, no vértice oposto.

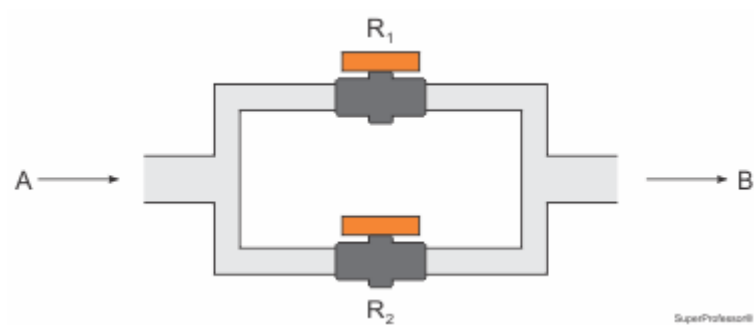


Há vários caminhos que o dado pode percorrer até o ponto de chegada. Um desses caminhos está indicado na figura 1, pelos quadradinhos assinalados com X. A figura 2 representa o primeiro movimento do jogo.

Determine o número da face que vai ficar voltada para cima no final desse caminho. Calcule, ainda, o número total de caminhos distintos.

QUESTÃO 10

Um circuito hidráulico possui os registros R_1 e R_2 , que estão sempre fechados para impedir a passagem da água de A para B, conforme representado no esquema.



As probabilidades de R_1 e R_2 falharem, deixando a água passar, são respectivamente iguais a 2% e 5%, sendo esses eventos independentes.

Calcule a probabilidade de a água passar de A para B.

PARTE II

Gabarito comentado

Cada solução foi organizada para explicitar a ideia central, o desenvolvimento algébrico e a resposta final.

Solução da questão 1

Seja M_e a média das exportações brasileiras e M_i a média das importações. Assim, temos:

$$M_e = \frac{210 + 280 + 334 + 340 + 336}{5} = \frac{1500}{5} = 300$$

$$M_i = \frac{159 + 220 + 271 + 240 + 260}{5} = \frac{1150}{5} = 230$$

$$\frac{M_E}{M_I} = \frac{300}{230} \approx 1,30$$

$$1,30 = 130\%$$

Solução da questão 2

Para calcular o percentual das exportações brasileiras atingidas pela sobretaxa aplicada pelo governo dos EUA, com referência no mês de junho de 2025, devemos calcular a parcela de 40% do total exportado para os EUA, ou seja, 40% de 11,5% do total das exportações brasileiras. Assim, para calcular o resultado de 40% sobre as exportações destinadas aos EUA devemos realizar o seguinte produto:

$$0,4 \times 11,5\% = 4,6\%$$

Então 4,6% do total das exportações brasileiras receberam essa sobretaxa.

Solução da questão 3

A taxa mensal de juros compostos é de 2%, então a cada mês a dívida de R\$ 10.000,00 é multiplicada por $1 + 2\% = 1,02$. Em 10 meses, o comerciante deve pagar $M = 10.000 \times 1,02^{10}$. Da tabela apresentada, obtemos o valor da potência $1,02^{10}$ igual a 1,219.

Portanto, $M = 10.000 \times 1,219 \Rightarrow M = \text{R\$ } 12.190,00$.



A proporção que precisa ser verificada é:

9/12

vagas livres. Uma dessas vagas pode estar à direita e outra à esquerda de cada carro estacionado, para que o carro que chegar estacione ao lado. Assim, o número de vagas livres é no máximo o dobro do número de carros estacionados, ou seja, $2x$.

logo, $x + 2x = 54 \rightarrow 3x = 54 \rightarrow x = 18$

Solução da questão 7

A reta é definida pela equação: $y = \frac{5x}{4}$, dado que no mesmo sistema cartesiano o ponto $(0, 0)$ pertence aos dois modelos. As duas plantas terão a mesma altura quando: $\frac{5x}{4} = \frac{3x}{2} - \frac{x^2}{16} \rightarrow x = 4$. Assim, no 4º dia ambas apresentam mesma altura.

A altura máxima da primeira será alcançada no 12º dia de observação:

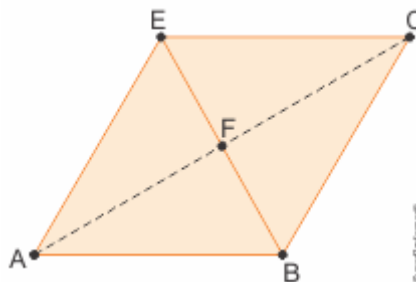
$$y = \frac{5 \times 12}{4} = 15 \text{ cm}$$

Para a segunda, calculamos:

$$x_v = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{8}} = 12 \rightarrow y = \frac{3 \times 12}{2} - \frac{12^2}{16} = 18 - \frac{144}{16} = 18 - 9 = 9 \text{ cm}$$

Solução da questão 8

Sabemos que a menor distância entre dois pontos no plano é a medida do segmento de reta com extremos nesses pontos. Então, para calcular a medida do menor caminho AFC, sobre a superfície da pirâmide ABCDE, devemos colocar as faces ABE e BCE no mesmo plano, conforme a figura a seguir.

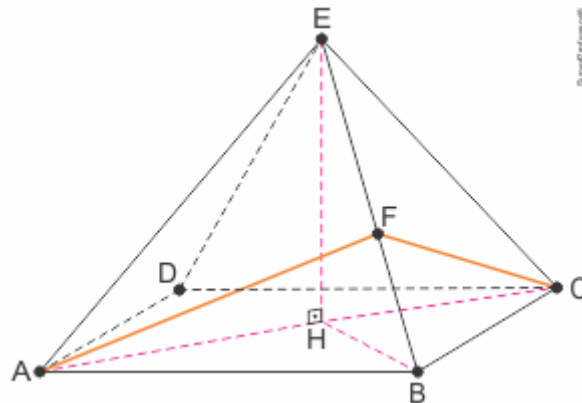


O quadrilátero ABCE é um losango. Como as diagonais de um losango cortam-se ao meio e são perpendiculares, temos um triângulo retângulo AFB, cujo cateto $AF = \sqrt{3} \text{ cm}$.

Como ABE é um triângulo equilátero, $\widehat{ABE} = 60^\circ$ e $\sin(\widehat{ABE}) = AF/AB$. Sabendo que $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$, temos:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 2 \text{ cm}.$$

Observe a figura a seguir.



A altura de uma pirâmide regular intersecta o polígono da base em seu centro. O centro do quadrado encontra-se na interseção de suas diagonais. $AH = BH = x$

Pelo teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo AHB, temos:

$$x^2 + x^2 = 2^2 \rightarrow 2x^2 = 4 \rightarrow x = \sqrt{2}$$

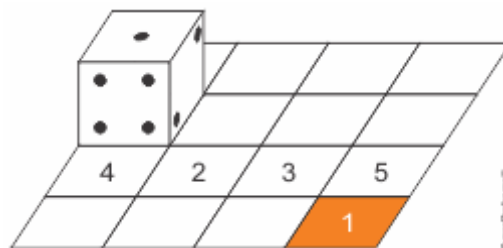
Para calcular a altura EH dessa pirâmide, aplicamos o teorema de Pitágoras no triângulo AHE:

$$EH^2 + (\sqrt{2})^2 = 2^2 \Rightarrow EH^2 = 2 \Rightarrow EH = \sqrt{2} \text{ cm}$$

Solução da questão 9

Considere D seguir para direita e F, para frente. Assim, para chegar à posição final é preciso haver 3 D e 3 F. O caminho destacado é FFDDDF, mas qualquer permutação dessas letras é um possível caminho. Então o número total de caminhos distintos é:

$$p_6^{3,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20.$$



As faces que ficam sobre a mesa em cada movimento do dado estão indicadas na figura acima. Quando o dado roda e o número 4 fica sobre o tabuleiro, o número 1 fica na face da frente; então, o dado se move mais três vezes para direita mantendo a face 1 na frente. Quando o dado faz o último movimento, que é para frente, a face 1 fica sobre o tabuleiro e a face oposta fica voltada para cima.

Logo, a face voltada para cima é a de número 6.

Solução da questão 10

A água passa de A para B se R_1 ou R_2 falharem, isto é, se pelo menos um desses dois registros falhar. A probabilidade de isso ocorrer é o evento oposto, ou seja, ambos não falharem. Assim, a probabilidade de:

- R_1 não falhar: $P_1 = 100\% - 2\% = 98\% = 0,98$

- R_2 não falhar: $P_2 = 100\% - 5\% = 95\% = 0,95$

- ambos, R_1 e R_2 , não falharem:

$$P(\text{nenhuma falha}) = 0,98 \times 0,95 = 0,931.$$

Logo, a probabilidade de pelo menos um registro falhar é:

$$P(\text{passagem}) = 1 - 0,931 = 0,069 = 6,9\%.$$